1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

Série N°10 : Généralités sur les fonctions

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x)=\sqrt{-5x^2+6x+8}-2x+1$ 2) $f(x)=\frac{|x-1|}{x-2\sqrt{x}-15}$ 3) $f(x)=\frac{x+2}{\sqrt{2x^2-3x+1}}$

4) $f(x)=\sqrt{-2x(x-2)(x^2-8x+16)}$

Exercice2 : Etudier la parité des fonctions suivantes définie par :

1) $g(x)=\frac{x}{x^2+1}$ 2) $f(x)=x^2+2x+\frac{1}{x}$

Exercice3 : Soit f une fonction numérique définie de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}-\{0;1\}$ el que :

$f(x+1)=\frac{1}{1-f(x)}$; $\forall x\in\mathbb{R}$

1) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f(x+2)=1-\frac{1}{f(x)}$

2)Déduire que f est périodique et $T=3$ est une période de f

Exercice4 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ et périodique de période $T=2$

Tel que : $\begin{cases} f(x)=x \text{ si } x\in[0,1] \\ f(x)=2-x \text{ si } x\in]1,2] \end{cases}$

1)Tracer la représentation graphique de la fonction f sur $[-5;7]$ dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$

2) Calculer : $f\left(\frac{1}{2}\right)$; $f(-1)$; $f(2)$; $f(2025)$

Exercice5 : Etudier les variations des fonctions définies par : 1) $f(x)=-203x-\sqrt{2}$

2) $g(x)=\frac{2012}{x}$ 3) $h(x)=\frac{1}{2}x^3-2030$ 4) $k(x)=-\frac{1}{2}\sqrt{x-1}-\frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice6 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=-4x^2+4x+5$

1)a) Montrer que $f(x)=6-(2x-1)^2$ pour tout $x\in\mathbb{R}$

b) Montrer que $f(x)\le 6$ pour tout $x\in\mathbb{R}$

2) Calculer : $f\left(\frac{1}{2}\right)$ et en déduire les extrémums de f sur $\mathbb{R}$

Exercice7 : Soit f une fonction définie par : $f(x)=4\sin x+\cos 2x$

1) Déterminer D_f ensemble de définition de f

2) Montrer que f est périodique de période $T=2\pi$ et en déduire le domaine d'étude de f

Exercice8 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=x^2+6x-2$

1) Préciser le domaine de définition de f

2) Soient $x_1\in\mathbb{R}$ et $x_2\in\mathbb{R}$ tel que : $x_1\ne x_2$ Montrer que : $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=x_1+x_2+6$

3) a) Montrer que f est strictement croissante sur : $I=[-3;+\infty[$

b) Montrer que f strictement décroissante sur : $J=]-\infty;-3]$

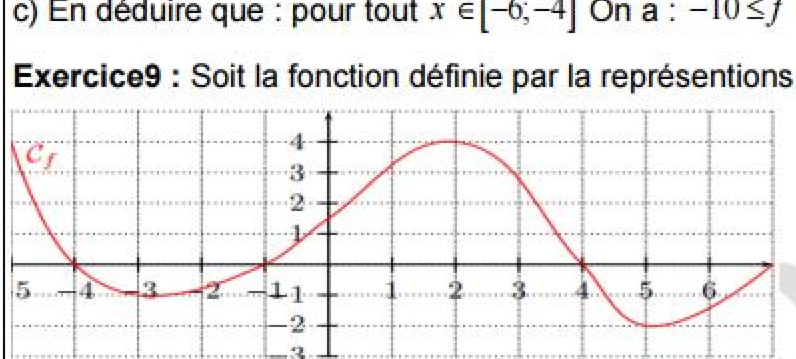
4) Dresser le tableau de variation de f

5) a) En déduire que : f est minorée sur $\mathbb{R}$

b) En déduire que : pour tout $x\in[-2;2]$ On a : $-10\le f(x)\le 14$

c) En déduire que : pour tout $x\in[-6;-4]$ On a : $-10\le f(x)\le -2$

Exercice9 : Soit la fonction définie par la représentions graphique suivante sur l'intervalle : $[-5;7]$



1) Dresser son tableau de variation sur l'intervalle : $[-5;7]$

2) Déterminer :

a) Le maximum absolu de f sur [−5 ; 7] b) Le minimum de f sur [−5 ; 7]

c) Le minimum de f sur [−5 ; 2]

3) Etudier le signe de la fonction f sur l'intervalle : $[-5;7]$

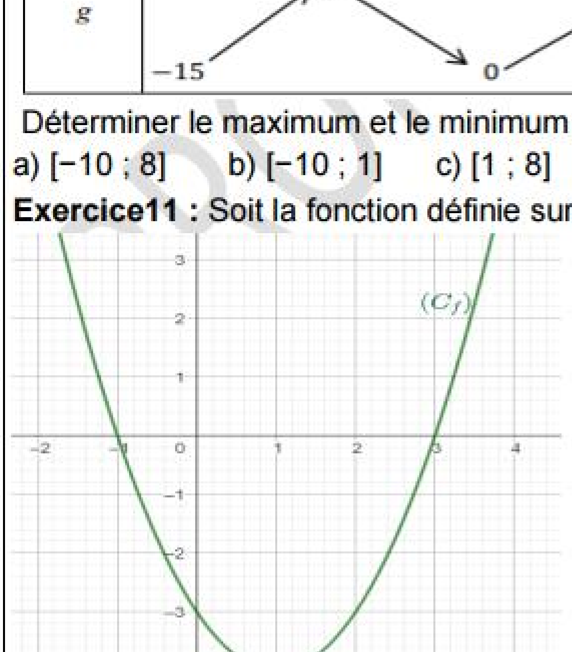
Exercice 10 Voici le tableau de variation d'une fonction g définie sur l'intervalle [−10 ; 8]

x	−10	-2	1	5	8
g	−15	5	0	10	7

Déterminer le maximum et le minimum de g sur les intervalles suivants :

a) [−10 ; 8] b) [−10 ; 1] c) [1 ; 8]

Exercice11 : Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ et représentée par la représentions graphique suivante



1) Calculer : $f(3)$; $f(0)$ et $f(1)$

2) Dresser son tableau de variation de f

3) Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :

a) $f(x)<0$ b) $xf(x)\ge 0$

4) Déterminer l'expression de $f(x)$ parmi les expressions suivantes :

$f(x)=6x^2-2x$; $f(x)=x^2-2x-3$; $f(x)=\sqrt{x-3}$; $f(x)=\frac{2x+1}{x-3}$

Exercice12 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}^+$ tel que : $f(x)=\frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}+\sqrt{x+1}$

1) Montrer que -1 est le minimum absolu de f

2) Montrer que la fonction f n'est pas majorée.

Exercice13 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\frac{\sqrt{|x|}-2}{\sqrt{|x|}+2}$

1) Déterminer le domaine de définition de f et étudier sa parité.

2) Etudier les variations de f.

3) a) Montrer que pour tout x dans IR on a : −1 ≤ f (x) < 1

b) Montrer que -1 est le minimum absolu de f, et que f n'admet pas de maximum absolu.

Exercice14 : Soit f une fonction tel que : $f(x)=\frac{x}{x-1}$; (C_f) Sa courbe représentative dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ 1) Déterminer D_f

2) Calculer le taux d'accroissement de fonction de f entre x_1 et x_2 tel que $x_1\ne x_2$

3) Dresser son tableau de variation de f

4)Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ces éléments caractéristiques

5 Tracer la courbe (C_f)

6) Soit g une fonction tel que : $g(x)=\frac{x}{|x|-1}$ a) Déterminer D_g

b) Montrer que : g est impaire c) Montrer que : $g(x)=f(x)$ Pour tout $x\in D_f\cap\mathbb{R}^+$

d) En déduire une méthode pour tracer la courbe (C_g) de fonction g et tracer (C_f) et (C_g) dans le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

e) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $x-m|x|+m=0$ avec : $m\in\mathbb{R}$

Exercice15 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=x|x|-2x+2$

1) Tracer la courbe représentative (C_f) de f dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

2) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation :

$-x|x|+2x-2+m=0$ avec : $m\in\mathbb{R}$

3) Résoudre graphiquement l'inéquation : $1\le f(x)\le 3$.

Exercice16 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\frac{-2|x|+1}{|x|-2}$ et (C_f) sa courbe dans un repère orthonormé

1) Vérifier que (C_f) est symétrique par rapport à l'axe des ordonnés

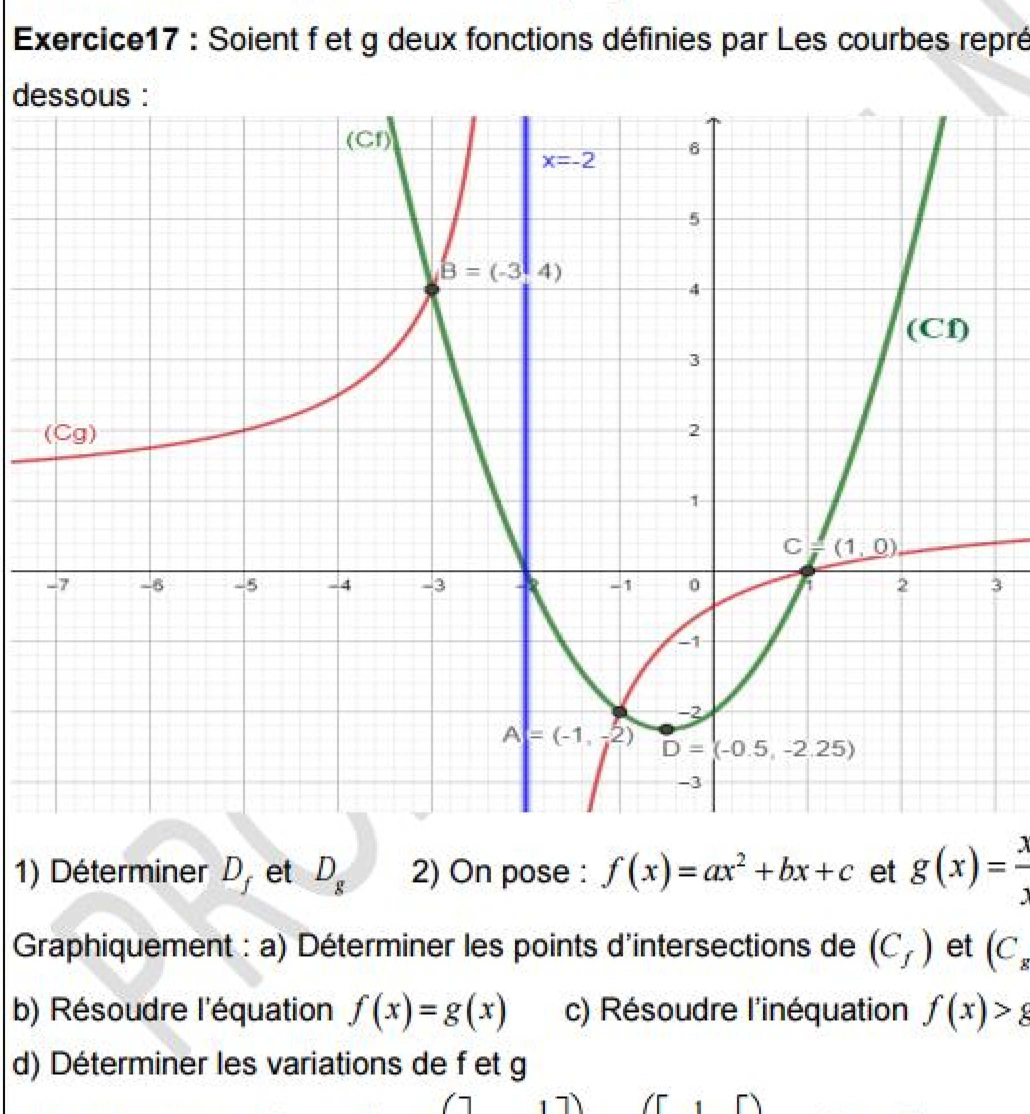
2) Etudier les variations de f sur $]2;+\infty[$ et en déduire les variations de f dans $]-\infty;-2[$

4) Soit g une fonction numérique définie sur $]1;+\infty[$ tel que : $g(x)=\frac{1}{2}\left(\frac{-4x^3+1}{x^3-1}\right)$

a) Vérifier que : $g(x)=f(2x^3)$; $\forall x\in]1;+\infty[$

b) En déduire les variations de g dans $]1;2]$

Exercice17 : Soient f et g deux fonctions définies par Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) si dessous :



1) Déterminer D_f et D_g 2) On pose : $f(x)=ax^2+bx+c$ et $g(x)=\frac{x+\alpha}{x+2}$

Graphiquement : a) Déterminer les points d'intersections de (C_f) et (C_g)

b) Résoudre l'équation $f(x)=g(x)$ c) Résoudre l'inéquation $f(x)>g(x)$

d) Déterminer les variations de f et g

d) Déterminer : $f(]-\infty;-1])$; $f\left(\left]-1;-\frac{1}{2}\right]\right)$; $f\left(\left[-\frac{1}{2};0\right[\right)$; $f(]0;+\infty[)$

3)Montrer que : $f(x)=x^2+x-2$ et $g(x)=\frac{x-1}{x+2}$

5) Déterminer : $D_{g\circ f}$ et les variations de $g\circ f$

Exercice18 : Soient f et g les deux fonctions définies par :

$g(x)=\frac{x+4}{x+2}$ et $f(x)=\frac{1}{2}x^2-x+\frac{3}{2}$ avec (C_f) et (C_g) les courbes représentatives de f et g dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) Dresser les tableaux de variations des fonctions f et g et déterminer la nature de (C_f) et (C_g) en déterminant les éléments caractéristiques

2) Trouver les points d'intersections de la courbe (C_g) avec les axes du repère

3) a) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}-\{-2\}$ $f(x)=g(x)\Leftrightarrow(x+1)^2(x-2)=0$

b) Déduire les points d'intersection des courbes (C_f) et (C_g)

c)Tracer Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) dans le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

3) Résoudre graphiquement l'inéquation : $(x-1)^2\ge\frac{4}{x+2}$

4) Soit F la fonction définie par : $F(x)=\frac{1}{2}x-\sqrt{x-3}$

a) Déterminer le domaine de la fonction F et vérifier que : $F(x)=(f\circ h)(x)$ avec : $h(x)=\sqrt{x-3}$

b) Etudier les variations de : F sur $[4,+\infty[$

Exercice19 : Soit la fonction f définie par : $\forall x\in\mathbb{R}$: $f(x)=E(x)+E(-x)$

1) Montrer que 1 est une période pour la fonction f

2) Simplifier l'expression de : $f(x)$ sur l'intervalles : $I_1=[0;1[$

3) En déduire l'expression de : $f(x)$ sur $\mathbb{R}$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien