1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

Série N°11 : Généralités sur les fonctions

(La correction voir☺ http://www.xriadiat.com)

Exercice 1 : Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x)=\frac{x^3-2x-2021}{2x^2-3|x|-2}$ 2) $f(x)=\sqrt{x^2+27}-5\sqrt{3x}$ 3) $f(x)=\frac{3x^2+2x-1}{\sqrt{2x^2-(2\sqrt{2}+\sqrt{3})x+\sqrt{6}}}-1$

4) $f(x)=\frac{x^2-5x+1}{\sqrt{4x^4+4x^2-3}}$ 5) $f(x)=\sqrt{|x|(|x|-2)}$ 6) $f(x)=\frac{2\sin x+\sin x-5\tan x+6}{\sqrt{3}\tan x-1}$

Exercice2 : Soit la fonction f définie par : $f(x)=\sqrt{2x+2}\times\sqrt{3-x}$

1)a) Déterminer D_f b) Calculer : $f(0)$; $f(-1)$

c) Déterminer les antécédents de 0 et $\sqrt{6}$ par f (s'ils existent)

4) On considère la fonction g définie par : $g(x)=\sqrt{-2x^2+4x+6}$ Montrer que : $f=g$

Exercice3 : Etudier la parité des fonctions suivantes définie par :

1) $f(x)=3x^3-\frac{1}{x}$. 2) $f(x)=\frac{x}{x-2}$ 3) $f(x)=|x|-\frac{1}{x^2}$

Exercice4 : Soit la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x)=3|x|+2 \;\; si \;\; |x|>1 \\ f(x)=x^2-2|x| \;\; si \;\; |x|\leq 1 \end{cases}$

Etudier la parité de la fonction f et en déduire le domaine d'étude de f

Exercice5 : Soit la fonction définie par : $f(x)=\frac{|x|\sin x}{\cos x-3}$;

(C_f) La courbe de f dans le repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

Montrer que : O est un centre de symétrie de (C_f)

Exercice6 : Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\frac{x^2+x+1}{x^2+1}$:

1) Déterminer : D_f

2) a) Montrer que : f est majorée par $\frac{3}{2}$ et minorée par $\frac{1}{2}$ b) Que peut-on dire ?

3)a) Est ce que $\frac{3}{2}$ est une valeur maximale de f ?

b) Est ce que $\frac{1}{2}$ est une valeur minimale de f. ?

4) Soient : $x_1\in\mathbb{R}$ et $x_2\in\mathbb{R}$ tel que : $x_1\neq x_2$

Monter que : $T(x_1;x_2)=\frac{1-x_1\times x_2}{(x_1^2+1)(x_2^2+1)}$

5) En déduire les variations de f sur les intervalles : $I=]-\infty,-1]$; $J=[-1,1]$ et $K=[1;+\infty[$

Exercice7 : Soient les deux fonctions : $f(x)=x^2+x-3$ et $g(x)=x^2+6x-1$

1) Comparer les fonctions f et g

2) En déduire les positions de (C_f) et (C_g) les courbes représentatives respectives de f et g

Exercice8 : À partir du tableau de variation ci-dessous, recopier et compléter les égalités ou inégalités suivantes en justifiant :

1) a) $f(4,3).....f(5,5)$ b) $f(-8,7).....f(-8,3)$ c) $f(1).....f(3)$

2) Peut-on comparer l'image des nombres $-5,4$ et $4,4$? Justifier.

3) Peut-on comparer l'image des nombres $-0,1$ et $4,9$? Justifier.

x	-9	-8	-4	0	4	6	7	9
$f(x)$	-9	-9	0	9	0	3	0	-3

Exercice9: soit f une fonction définie par : $f(x)=\frac{\sin x}{2+\cos x}$

1) Déterminer D_f ensemble de définition de f

2) Montrer que : f est périodique de période $T=2\pi$

2) Montrer qu'il suffit d'étudier f sur $[0;\pi]$

Exercice10 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ et périodique de période $T=2$

Tel que : $f(x)=1-x^2 \quad \forall x\in[-1;1]$

1)Tracer la représentation graphique de la fonction sur $[-3;3]$ dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$

2) Calculer : $f(0,1)$; $f(-2.5)$; $f(2026,5)$

Exercice11 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=-x^2+4x+3$

1) Préciser le domaine de définition de f

2) Calculer le taux d'accroissement de fonction de f entre x_1 et x_2 tel que : $x_1\neq x_2$

3) Etudier la monotonie de f sur : $I=[2;+\infty[$ et sur $J=]-\infty;2]$

4) Dresser le tableau de variation de f

5) En déduire les extrémums de f sur $\mathbb{R}$

6) Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes du repère

7) Soit g la fonction définie sur R par : $g(x)=2x$

Tracer Les courbes représentatives de (C_f) et (C_g) dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

8) Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation : $f(x)=g(x)$

9)Résoudre graphiquement et algébriquement l'inéquation ; $f(x)>g(x)$

Exercice12 : Soit f une fonction définie par : $f(x)=\sqrt{20-x}+\sqrt{x}$

1) Déterminer : D_f

2) Etudier les variations de f sur $[0,10]$

3) Déduire une comparaison des nombres : $\sqrt{3}+\sqrt{17}$; $\sqrt{2}+\sqrt{18}$ et $\sqrt{5}+\sqrt{15}$

Exercice14 : On considère les fonctions : $f(x)=x^2-2x+1$ et $g(x)=\frac{3x-3}{x+1}$

(C_f) et (C_g) les courbes représentatives des fonctions f et g

1)Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ces éléments caractéristiques et étudier les variations de f et dresser le Tableau de variations de f

2)Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ces éléments caractéristiques et étudier les variations de f et dresser le Tableau de variations de f

3)Déterminer les points d'intersection de (C_f) avec les axes du repère

4)Déterminer les points d'intersection de (C_g) avec les axes du repère

5)Tracer les courbes (C_f) et (C_g) dans le même repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

6) Déterminer algébriquement les points d'intersection de (C_f) et (C_g)

7)Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x)\geq g(x)$

8)Soit h la fonction définie par : $h(x)=\frac{3|x|-3}{|x|+1}$

a) Déterminer l'ensemble de définition D_h

b) Montrer que la fonction h est paire

c)Vérifier que $h(x)=g(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}^+$

9)Tracer la courbes (C_h) de h dans le même repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

10)Soit K la fonction définie par : $K(x)=|f(x)|$

a) Tracer la courbes (C_K) de K dans le même repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

b) Discuter suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre de solutions de

L'équation $K(x)=m$

Exercice 15 : Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ tel que : $f(x)=x^2$ et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) Dresser le tableau de variation s de f

2) Déterminer graphiquement : $f([0;1])$; $f(]-\infty;-1])$

Exercice 16 : Soit les fonctions f et g définies par : $f(x)=3x+4$ et $g(x)=\frac{1}{x+1}$

1) Déterminer : $D_{g\circ f}$ 2) Déterminer : $(g\circ f)(x)$

Exercice 17 : Soit si contre :

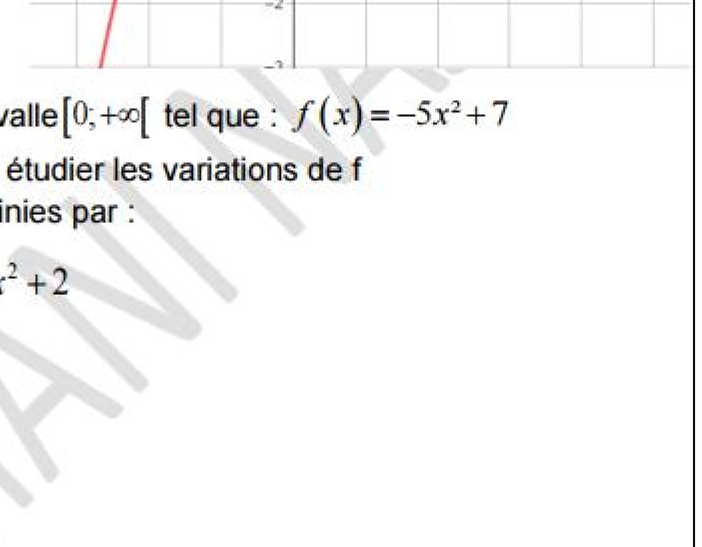
(C_f) La courbe représentative d'une fonction f

1) Déterminer des valeurs de x si on sait que :

$(f\circ f)(2x-1)=2$

2) Calculer : $g(2)$ si on sait que :

$(g\circ f)(x)=\frac{x^3-3x^2+10}{x+1}$



Exercice18 : Soit f la fonction f définie sur un intervalle $[0;+\infty[$ tel que : $f(x)=-5x^2+7$

Décomposer la fonction f en fonctions élémentaire et étudier les variations de f

Exercice19 : Soient f et g et h les trois fonctions définies par :

$f(x)=\frac{6x^2+8x+11}{(x-1)^2}$ et $g(x)=\frac{2x+3}{x-1}$ et $h(x)=x^2+2$

1) a) Etudier les variations de g et de h

b) Etudier le signe de la fonction g

2) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}-\{1\}: f(x)=(h\circ g)(x)$

3) Etudier les variations de f dans les intervalles : $]1;+\infty[$; $\left[-\frac{3}{2};1\right[$; $\left]-\infty;-\frac{3}{2}\right]$

Exercice 20 : Soient f et g deux fonctions numériques définies par : $f(x)=\frac{1}{4}(x^2-2x)$ et $g(x)=\sqrt{x}$

1) Dresser le tableau de variation de f

2) Calculer $f(0)$; $f(2)$; $f(4)$ et $g(4)$

3)Tracer Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) dans le même repère

4) Résoudre graphiquement l'inéquation : $\frac{g(x)}{f(x)}\leq 1$

3) Soit : h une fonction numérique définie sur $[0;+\infty[$ par : $h(x)=\frac{1}{4}(x-2\sqrt{x})$

a) Vérifier que : $h(x)=(f\circ g)(x)$; $\forall x\in[0;+\infty[$

b) En déduire les variations de h sur $[0,1]$

Exercice21 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=x+1-2\sqrt{x+1}$

1) Déterminer D_f et calculer $f(0)$ et $f(1)$

2) a) Vérifier que : $1+f(x)=\left(\sqrt{x+1}-1\right)^2$; $\forall x\in D_f$

b) En déduire que f admet une valeur minimale absolue à déterminer

3) Soient U et V deux fonctions définies par : $U(x)=x^2-2x$ et $V(x)=\sqrt{x+1}$

a) Dresser le tableau de variation des fonctions U et V

b) En déduire les variations de f

Exercice22 : Soit f une fonction numérique définie par : $f(x)=\sqrt{x-4E\left(\frac{x}{4}\right)}$

1) Calculer : $f(1)$; $f(4)$: $f(-5)$

2) Déterminer D_f

3) Montrer que : 4 est une période pour la fonction f

4) Montrer que f est bornée

5) Donner une expression simple de : $f(x)$ sur l'intervalle : $I=[0;4[$

6) Tracer la représentation graphique de la fonction sur $[-4;8]\cap D_f=[-4;8]$ dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$

Exercice 23 : Soit f une fonction numérique définie par : $f(x)=x^2+E\left(\frac{1}{1-E(x^2)}\right)$

1) Déterminer D_f

2) Donner une expression de : $f(x)$ sur l'intervalle : $I=]-1;1[$ et $J=]-\infty;-\sqrt{2}]\cup[\sqrt{2};+\infty[$

3) Tracer la représentation graphique de la fonction dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$

4) Discuter graphiquement selon les valeurs de m le nombre de racines de l'équation : $f(x)=m$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien