1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

Série N°12 : Généralités sur les fonctions

(La correction voir☺ http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x)=\dfrac{7x-3}{2x^2-3x+\frac{9}{8}}$ 2) $f(x)=\dfrac{|x-4|-|x-1|}{x^2+2|x|-3}$ 3) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x+1}{x}}$ 4) $f(x)=\dfrac{\sqrt{2x^2-4x+6}}{2x-1}$

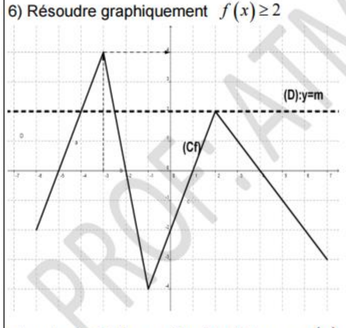
Exercice 2 : Soit f la fonction numérique tel que : $f(x)=\dfrac{(3x+1)(2-x)}{4x^2-1}$

Etudier la position de la courbe de f par rapports à l'axe des abscisses

Exercice3 : La courbe ci-dessous représente la fonction f définie sur $[-6;7]$

Répondre par lecture graphique :

1) Quelles sont les images des réels -5, -3, 0 et 6 ?
2) Quels sont les antécédents de -1 et 0 ?
3) Résoudre graphiquement $f(x)=0$
4) Quel est en fonction de m le nombre de solutions de : $f(x)=m$.
5) Résoudre graphiquement $f(x)\prec 0$
6) Résoudre graphiquement $f(x)\geq 2$



Exercice4 : Soit g une fonction tel que : $g(x)=\dfrac{x}{x+1}$.

1) Déterminer D_g.
2) Calculer le taux d'accroissement de fonction de g entre x_1 et x_2 tel que : $x_1\neq x_2$.
3) Etudier les variations de g sur les intervalles $I=]-\infty;-1[$ et $J=]-1;+\infty[$.
4) Dresser son tableau de variation de f.

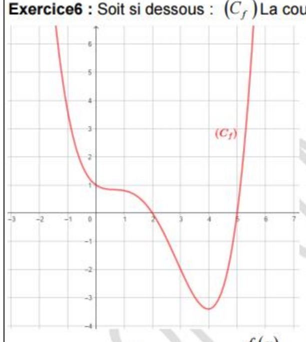
5) En déduire une comparaison des nombres : $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ et $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$

Exercice5 : On considère les fonctions : $f:x\to f(x)=\dfrac{1}{2}x^2$ et $g:x\to g(x)=\dfrac{1}{x+1}$.

Le but de l'exercice est d'étudier la position relative de (C_f) et (C_g) les courbes représentatives des fonctions f et g

1) Déterminer l'ensemble de définition des fonctions f et g
2) Montrer que, pour tout nombre x réel : $x^3+x^2-2=(x-1)(x^2+2x+2)$
3) Montrer que pour tout nombre x réel : $x^2+2x+2=(x+1)^2+1$ et en déduire le signe de l'expression : x^2+2x+2
4) A l'aide de ce qui précède, déterminer la position relative des courbes (C_f) et (C_g)

Exercice6 : Soit si dessous : (C_f) La courbe représentative d'une fonction f



Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\dfrac{f(x)}{x^2-x-2}<0$

Exercice7 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x^2+1}$

1) Déterminer D_f
2) Démontrer que $\dfrac{1}{2}$ est la valeur minimale absolue de f
3) a) Démontrer que f est majorée par $\dfrac{3}{2}$ et est-ce que $\dfrac{3}{2}$ est une valeur maximale absolue de f ?
b) Que peut-on dire de la fonction f ?

Exercice8 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\dfrac{x\sin x}{x^2+1}$

1) Déterminer D_f

2) Démontrer que f est minorée par $-\dfrac{1}{2}$ et majorée par $\dfrac{1}{2}$

Exercice9 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\dfrac{4x+3}{\sqrt{x^2+1}}$

1) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}\quad (4x+3)^2\leq 25(x^2+1)$
2) a) Déduire que : $|f(x)|\leq 5$: $\forall x\in\mathbb{R}$
b) Que peut-on dire de la fonction f ?

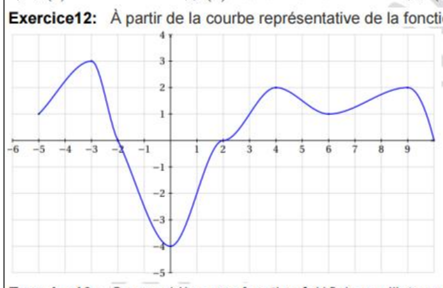
Exercice10 : Soit f une fonction numérique définie sur $]2;+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}$

1) Etudier le signe de f
2) a) Démontrer que f est majorée par $\dfrac{1}{4}$.
b) Est ce que $\dfrac{1}{4}$ est une valeur maximale de f ?

Exercice11: Etudier la parité des fonctions suivantes définie par :

1) $f(x)=3x^2-5$. 2) $f(x)=\tan x-2\sin x$ 3) $f(x)=2x^3+x^2$

Exercice12: À partir de la courbe représentative de la fonction f dresser son tableau de variations



Exercice13 : On considère une fonction f définie sur l'intervalle [−4;5] dont le tableau de variation est donné ci-dessous.

x	-4	-1	3	5
f	6 ↘	0 ↗	1 ↘	-2

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier votre réponse.

Affirmation 1 : $f(4)\geq 0$

Affirmation 2 : La courbe représentant la fonction f coupe l'axe des abscisses en un seul point.

Exercice14 : Partie A : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=x^2+2x-2$

(C_f) Sa courbe représentative

1)Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ces éléments caractéristiques et étudier les variations de f et dresser le Tableau de variations de f

2) Tracer la courbe représentative (C_f) dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

Partie B : Soit g une fonction numérique tel que : $g(x)=\dfrac{2x+3}{x+1}$ (C_g) Sa courbe représentative

1) Déterminer D_g
2)Déterminer la nature de la courbe (C_g) de g et ces éléments caractéristiques et étudier les variations de g et dresser le Tableau de variations de g
3) Tracer la courbe représentative (C_g) dans le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$
4) Déterminer graphiquement l'image des intervalles suivants par g : $]-1,0]$; $[1;+\infty[$
5) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x)<g(x)$

(On admet que (C_g) coupe (C_f) en 3 points d'abscisse : $-3,2$; $-1,2$; $1,2$

Exercice15 : Soit les fonctions f et g tel que : $f(x)=x^2-2x+3$ et $g(x)=2x+1$

Déterminer : $g\circ f$ et $f\circ g$

Exercice 16 : Soit les fonctions f et g définies par : $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$ et $g(x)=\dfrac{x+2}{x-3}$

1) Déterminer : D_f ; D_g ; $D_{g\circ f}$
2) Déterminer : $(g\circ f)(x)$

Exercice17 : Exprimer les fonctions suivantes à l'aide de fonctions élémentaires :

1) $h_1(x)=\dfrac{1}{3x-1}$ 2) $h_2(x)=\sqrt{x+3}$ 3) $h_3(x)=3\sqrt{x}+4$

Exercice18 : Soit g la fonction définie par : $g(x)=\dfrac{1}{2-x}$ et (C_g) La courbe représentative de g

A)1) a) Déterminer la nature de (C_g) et ses éléments caractéristiques.
b) Déterminer le tableau de variation de g
c) Tracer la courbe (C_g) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$
2) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations : $g(x)=x$ et $g(x)=1+x$
b) Déterminer le signe de : m^2+4m
c) Déterminer les valeurs de m ou la courbe (C_g) coupe la droite d'équation : $y=x+m$ en deux points

B)1) a) On considère la fonction f tel que : $f(x)=\dfrac{2x}{x^2-x+1}$

a) Calculer : $f(x)-f(y)$: $\forall x;y$

b) En déduire la monotonie de f dans: $[-1;1]$ et $[1;+\infty[$

c) Calculer : $f(x)+\dfrac{2}{3}$ puis en déduire son signe

d) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}\ -\dfrac{2}{3}\leq f(x)\leq 2$

2) On considère la fonction h tel que : $h(x)=\dfrac{x^2-x+1}{2(x-1)^2}$

a) a) Déterminer D_h et vérifier que : $h(x)=(g\circ f)(x)\quad x\neq 0$
b) Étudier la monotonie de h dans: $[-1;1]$ et $[1;+\infty[$

Exercice19 : Soient f et g deux fonctions définies par : $f(x)=\sqrt{x+2}$ et $g(x)=\dfrac{x-3}{x+3}$

et (C_f) et (C_g) Les courbes représentatives de f et g

1) Déterminer D_f et D_g
2) Déterminer les tableaux de variations de f et g
3) a) Tracer les courbes (C_f) et (C_g) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$
b) Résoudre graphiquement sur $\mathbb{R}$ l'inéquation : $x(1-\sqrt{x+2})=3(1+\sqrt{x+2})$
4) Soit h la fonction définie par : $h(x)=\dfrac{\sqrt{x+2}-3}{\sqrt{x+2}+3}$: $\forall x\in[-2;+\infty[$
a) Montrer que : h est majoré par 1 et que -1 c'est la valeur maximale absolue de h
b) Étudier les variations de h sur $[-2;+\infty[$

Exercice20 : Soient f et g les deux fonctions définies par : $f(x)=\dfrac{5x-11}{4x-4}$ et $g(x)=x^2-2x-1$

(C_f) et (C_g) Les courbes représentatives de f et g dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

1)a) Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses
b) Déterminer D_f
c) Trouver les points d'intersections de la courbe (C_g) avec l'axe des abscisses
2) a) Déterminer a ; b et c tel que : $\forall x\in D_f$: $g(x)-f(x)=\dfrac{(x+1)(ax^2+bx+c)}{4x-4}$
b) Déterminer les points d'intersections de (C_f) et (C_g)
3)Tracer Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) dans le même repère en précisant les points d'intersections
4)a) Résoudre graphiquement l'inéquation : $g(x)>f(x)$

b) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x)\times g(x)\geq 0$
5) Déterminer : $D_{g\circ f}$ et les variations de $g\circ f$
6) Soit la fonction définie par : $h(x)=|g(x)|$

Tracer La courbes représentatives (C_h) de h dans le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ (avec une autre couleur)

Exercice21 : soit f une fonction définie par : $f(x)=\dfrac{\sin x}{1-\cos x}$

1) Déterminer D_f l'ensemble de définition de f
2) Etudier la parité de f
3) Vérifier que 2π est une période pour la fonction f
4) En déduire un domaine d'étude de f
5) Déterminer les points d'intersections de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses
6) Résoudre dans $[0;2\pi[$ l'inéquation : $f(x)\geq 0$
7) tracer la courbe (C_f) sur l'intervalle $[-3\pi;3\pi]$

Exercice22 : Considérons la fonction f périodique de période 2 tel que : $f(x)=x-1\quad \forall x\in[0;2[$

1)Tracer la représentation graphique de la fonction sur $[-4;6[$ dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$
2) Calculer : $f(9)$; $f(-8,5)$; $f(2025)$
3) Donner l'expression de : $f(x)$ sur les intervalles : $I_k=[2k;2(k+1)[\ k\in\mathbb{Z}$

Exercice23: Considérons la fonction f définie par : $f(x)=x\times E\left(\dfrac{1}{x}\right)$

1) Calculer : $f(2)$; $f(-2025)$; $f\left(-\dfrac{4}{9}\right)$
2) Déterminer : D_f
3) a) Montrer que : $\forall x\in]0;+\infty[$: $1-x\prec f(x)\leq 1$
b) Montrer que : $\forall x\in]-\infty;0[$: $1\leq f(x)\prec 1-x$
c) Donner une valeur simple de $f(x)$ sur $]1;+\infty[$ et sur $]-\infty;-1[$

Exercice24 : Soit f une fonction numérique définie par : $f(x)=(x-E(x))^2$

1) Montrer que f est bornée
2) a) Vérifier que 1 est une période pour la fonction f
b) En déduire le domaine d'étude de f
3) a) Donner une expression simple de : $f(x)$ sur l'intervalle : $I_1=[0;1[$
b) Tracer la représentation graphique de la fonction sur $[-3;3]$ dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$
4)Soit g la fonction numérique définie par : $g(x)=\dfrac{1}{(x-E(x))^2}$

a) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$: $E(x)=x\Leftrightarrow x\in\mathbb{Z}$
b) En déduire le domaine d'étude de g
c) Donner le Tableau de variation de g sur : $]-1;1[$
d)Tracer la représentation graphique de la fonction g sur : $[-3;3[$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien