1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

Série N°8 : Généralités sur les fonctions

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : Soit f une fonction numérique définie de $\mathbb{R}$ par : $f(x)=ax^7+bx^3+cx-5$

Si on sait que : $f(-7)=7$ calculer : $f(7)$

Exercice2 : Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x)=\dfrac{x^2+2x}{x^3-5x}$ 2) $f(x)=\dfrac{-x^2+2006}{|x+2|+1}$ 3) $f(x)=\dfrac{x-2}{2x^2-3x-2}-\dfrac{x^2}{2x^2+13x+6}$

4) $f(x)=\dfrac{2x^2-2}{(3|x-5|-2|4-3x|)\sqrt{x+1}}$ 5) $f(x)=\sqrt{3-|-x+1|}$ 6)

$f(x)=\sqrt{\dfrac{5(7x+5-6x^2)}{-3(1-x)^2}}$ 7) $f(x)=\dfrac{2\cos x}{2\sin x+1}$. 8) $f(x)=\dfrac{1}{2025\cos x-2026}$

Exercice 3 : Soit f la fonction numérique tel que : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{3x+1}{\sqrt{x+2}} & si \quad x\le 1 \\ f(x)=\dfrac{x^2}{2x-1} & si \quad x>1 \end{cases}$

Déterminer D_f

Exercice4 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2+x+m}$ avec $m\in\mathbb{R}$

1) Déterminer les valeurs de m pour que : $D_f=\mathbb{R}$

2) Soit g la fonction numérique tel que : $g(x)=\dfrac{1}{x+2}$; déterminer les valeurs de m pour que $\forall x\in\{-2;1\}$ on a : $f(x)=g(x)$

Exercice5 : Soit la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x)=x-1 \ si\ x\in]-\infty;-1[\\ f(x)=\dfrac{x^3}{x^2-4} \ si\, x\in[-1,1] \\ f(x)=x+1 \ si\, x\in]1;+\infty[\end{cases}$

1) Déterminer le domaine de définition de f
2) Etudier la parité de la fonction f et en déduire le domaine d'étude de f

Exercice6 : Soit la fonction numérique : $f(x)=-4x^3+\dfrac{1}{2x}$

1) Déterminer D_f

2) Etudier la parité de f

3) Montrer que : $f(x)=\dfrac{f(x)-f(-x)}{2}$: Pour tout $x\in D_f$

4) Montrer que la fonction : $g(x)=f(x)+1$ est une fonction ni paire ni impaire,

Exercice7 : Soit la fonction f définie par: $f(x)=\dfrac{x^3}{|x+2|-|x-2|}$

1) Déterminer le domaine de définition de f
2) Etudier la parité de la fonction f
3) Donner une interprétation graphique

Exercice8 : Soit g une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=4\sin x-3$

Montrer que : g est Bornée.

Exercice9 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\dfrac{2x^2+7x+7}{x^2+3x+3}$

1) Déterminer D_f

2) Montrer que 1 est le minimum absolu de f sur D_f

3) Montrer que $\dfrac{7}{3}$ est le maximum absolu de f sur D_f

4) Que peut-on déduire ?

Exercice10 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=x^2+2x\sqrt{x}+x-4$

1) Démontrer que f admet une valeur minimale
2) Démontrer que f n'est pas majorée

Exercice11 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=-x^2+3x+5$

1)a) Démontrer que f est majorée.
b) Est ce que f admet une valeur maximale ?
2) Démontrer que f est non minorée.

Exercice12 : Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\dfrac{x}{x^3+2}$:

1) Soient : $x_1\in\mathbb{R}^+$ et $x_2\in\mathbb{R}^+$ deux réels tel que : $x_1\neq x_2$

Monter que : $T(x_1;x_2)=\dfrac{2-x_1\times x_2(x_1+x_2)}{(x_1^3+2)(x_2^3+2)}$

2) En déduire les variations de f sur $I=[0,1]$ et sur $J=[1;+\infty[$

3) Monter que : la fonction f est bornée sur $[2,4]$

Exercice 13 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}-\{-1\}$ et périodique de période $T=1$

Tel que : $f(x)=\dfrac{x}{x+1}$ si $x\in[0;1[$

1)Tracer la représentation graphique de la fonction sure : $[-3;3]\cap D_f$ dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$

2) Calculer : $f(0,5)$; $f(-10,5)$; $f(2027,01)$

3) Donner l'expression de : $f(x)$ sur les intervalles : $I_k=[k;k+1[$ $k\in\mathbb{Z}$

Exercice 14 : Soit g une fonction numérique tel que : $g(x)=-x^2+4x-1$

1)Préciser le domaine de définition de g

2)Calculer le taux d'accroissement de fonction de f entre x_1 et x_2 tel que : $x_1\neq x_2$

3)Etudier la monotonie de g sur : $I=[2;+\infty[$ et sur $J=]-\infty;2]$

4)Dresser le tableau de variation de g
5)En déduire les extrémums de g sur $\mathbb{R}$

6)Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes du repère

7)Soit f la fonction définie sur R par : $f(x)=x-1$

Tracer Les courbes représentatives de (C_f) et (C_g) dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

8)Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation : $f(x)=g(x)$

9) Résoudre graphiquement et algébriquement l'inéquation ; $g(x)>f(x)$

10) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation :
$x^2-4x+m+1=0$ avec : $m\in\mathbb{R}$

Exercice15 : Soit f une fonction numérique définie par : $\begin{cases} (1)\ f \ est \ non \ constante \\ \forall(x;y)\in\mathbb{R}^2 : f(x+y)=\dfrac{f(x)+f(y)}{1+f(x)\times f(y)} \end{cases}$

1)Montrer que : $f(0)(f(0)-1)(f(0)+1)=0$

2)Montrer que : $(f(0)-1)(f(0)+1)\neq 0$

3)Déduire que f est impaire

4) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $\dfrac{2x}{1+x^2}\le 1$

5)Déduire que f est majoré par 1 et minoré par -1

Exercice16 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=2x^2-4x+3$

1) Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ces éléments caractéristiques et étudier les variations de f et dresser le Tableau de variations de f

2) Soit g la fonction numérique tel que : $g(x)=x^2-|x(x-2)|-2x+3$

a) Déterminer D_g et écrire $g(x)$ sans le symbole de la valeur absolue

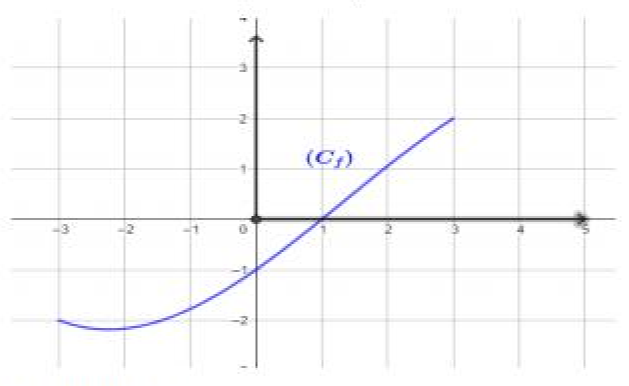
3)Tracer la courbe représentative de (C_g) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

4) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $x^2-|x(x-2)|-2x+1=0$

Exercice17 : Soit si dessous : (C_f) La courbe représentative d'une fonction f

Et Soit g une fonction définie par : $g(x-5)=x$

Déterminer x si on sait que : $(f\circ g\circ f)(2x)=2$



Exercice 18 : Soit h une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x)=\sqrt{x^2+2}$

En utilisant les propriétés de la monotonie des fonctions composées
Etudier les variations de h

Exercice 19 : Soit f une fonction numérique tel que : $\begin{cases} f(x)=x^2+2x+2 & ; x\le 0 \\ f(x)=\sqrt{x+4} & ; x\succ 0 \end{cases}$

1) Déterminer D_f

2) a) Démontrer que : f admet un minimum relatif en -1

b) Démontrer que : f admet un minimum absolu en -1

3) Donner le tableau de variation de f :

4) Tracer la courbe (C_f) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

5) a) Vérifier que : $\forall a\in[2;+\infty[$; $f(a^2-4)=a$

b) Montrer que : f n'est pas majorée

6) a) Déterminer $f\circ f(x)$; $\forall x\in\mathbb{R}$ b) Étudier les variations de $f\circ f$

Exercice 20 : Soient f et g deux fonctions définies par : $f(x)=\sqrt{x-3}$ et $g(x)=\dfrac{x-3}{x+1}$

et (C_f) et (C_g) Les courbes représentatives de f et g

1)a) Déterminer D_f et D_g

b) Déterminer les tableaux de variations de f et g

c) Tracer les courbes (C_f) et (C_g) dans un même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

2) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)\prec g(x)$

3) Déterminer graphiquement le nombre des solutions de l'équation $g(x)=-x$

4) Résoudre algébriquement l'équation $g(x)=-x$

5) Etudier la monotonie de $f+g$ sur : $[3;+\infty[$

6) On pose : $h(x)=(g\circ f)(x)$ $\forall x\in D_h$ a) Déterminer D_h b) Ecrire $h(x)$ en fonction de x

c) Étudier la monotonie de h dans l'intervalle : $[3;+\infty[$

Exercice 21 : Soit f une fonction numérique définie par : $f(x)=\dfrac{1}{x-E(x)}$

1) Calculer : $f(1,5)$; $f(-2,75)$ 2) Déterminer D_f

3) Vérifier que 1 est une période pour la fonction f

3) Donner une expression simple de : $f(x)$ sur l'intervalle : $I_1=]0;1[$

4) Tracer la représentation graphique de la fonction sur $[-3;3]\cap D_f$ dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien