1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

Correction Série N°9 : Généralités sur les fonctions

Exercice 1 : Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x)=\dfrac{x^2}{4x^2+2\left(\sqrt{2}-1\right)x-\sqrt{2}}$ 2) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{6|x+5|+2}$ 3) $f(x)=\sqrt{\dfrac{-x-5}{x+2}}$

4) $f(x)=\dfrac{-\sqrt{x-1}+1}{|7x-10|-|6+3x|}$ 5) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{4-2x}}$ 6) $f(x)=(x-2)\sqrt{x^4-7x^2+12}$

Solution : 1) $f(x)=\dfrac{x^2}{4x^2+2\left(\sqrt{2}-1\right)x-\sqrt{2}}$

$D_f=\left\{x\in\mathbb{R}\,/\,4x^2+2\left(\sqrt{2}-1\right)x-\sqrt{2}\neq 0\right\}$

$4x^2+2\left(\sqrt{2}-1\right)x-\sqrt{2}=0$ Signifie que : $x^2+\dfrac{2\left(\sqrt{2}-1\right)}{4}x-\dfrac{\sqrt{2}}{4}=0$

Signifie que : $x^2+\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{1}{2}\right)x-\dfrac{\sqrt{2}}{4}=0$ c'est-à-dire : $x^2-\left(\dfrac{1}{2}+\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)x+\dfrac{1}{2}\times\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=0$

C'est-à-dire : $x_1=\dfrac{1}{2}$ et $x_2=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ par suite : $D_f=\mathbb{R}-\left\{-\dfrac{\sqrt{2}}{2};\dfrac{1}{2}\right\}$

2) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{6|x+5|+2}$: $D_f=\left\{x\in\mathbb{R}\,/\,6|x+5|+2\neq 0 \;\; et \;\; x\geq 0\right\}$

On a : $|x+5|\geq 0$ donc : $6|x+5|\geq 0$ donc : $6|x+5|+2\geq 2>0$

Donc : $6|x+5|+2\neq 0$ Par suite : $D_f=\left\{x\in\mathbb{R}\,/\,x\geq 0\right\}$

Par suite : $D_f=[0,+\infty[$

3) $f(x)=\sqrt{\dfrac{-x-5}{x+2}}$: $D_f=\left\{x\in\mathbb{R}\,/\,x+2\neq 0 \;\; et \;\; \dfrac{-x-5}{x+2}\geq 0\right\}$

$-x-5=0$ Équivaut à : $x=-5$ et $x+2=0$ qui signifie que : $x=-2$

x	$-\infty$		-5		-2		$+\infty$
$-x-5$		$+$	0	$-$		$-$	
$x+2$		$-$		$-$	0	$+$	
$\dfrac{-x-5}{x+2}$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	

Donc : $D_f=[-5,-2[$

PROF: ATMANI NAJIB

4) $f(x)=\dfrac{-\sqrt{x-1}+1}{|7x-10|-|6+3x|}$

$D_f=\left\{x\in\mathbb{R}/|7x-10|-|6+3x|\neq 0\ \ et\ \ x-1\geq 0\ \right\}$

$D_f=\left\{x\in\mathbb{R}/|7x-10|-|6+3x|\neq 0\ \ et\ \ x\geq 1\ \right\}$

$|7x-10|-|6+3x|=0$ Équivalent à : $|7x-10|=|6+3x|$

Équivalent à : $7x-10=6+3x$ ou $7x-10=-(6+3x)$

Équivalent à : $4x=16$ ou $10x=4$ équivalent à $x=4$ ou $x=2/5$

Donc : $D_f=\left\{x\in\mathbb{R}/x\neq\dfrac{2}{5}\ \ et\ \ x\neq 4\ \ et\ x\geq 1\right\}$

Donc : $D_f=[1;4[\cup]4;+\infty[$

5) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{4-2x}}$

$D_f=\{x\in\mathbb{R}/x+1\geq 0\ \ et\ \ 4-2x>0\}$

$D_f=\{x\in\mathbb{R}/x\geq -1\ et\ -2x>-4\}$

$D_f=\{x\in\mathbb{R}/x\geq -1\ et\ x<2\}$

$D_f=\{x\in\mathbb{R}/-1\leq x<2\}$

Donc $D_f=[-1,2[$

6) $f(x)=(x-2)\sqrt{x^4-7x^2+12}$

$D_f=\left\{x\in\mathbb{R}/x^4-7x^2+12\geq 0\ \right\}$

a) D'abord on va résoudre l'équation $x^4-7x^2+12=0$

Méthode : C'est une équation bicarrée, c'est à dire que l'inconnue est à la puissance 4, 2 et 0.
Je pose donc $X=x^2$ et je me ramène à une équation du second degré dont l'inconnue est X.
Je ne dois pas oublier à la fin de donner les solutions de l´équation de départ.

$x^4-7x^2+12=0$ Équivaut à : $\left(x^2\right)^2-7x^2+12=0$

Je pose : $X=x^2$ l'équation devienne : $X^2-7X+12=0$

Le discriminant de : $X^2-7X+12=0$ est : $\Delta=(-7)^2-4\times1\times12=49-48=1>0$ et ses solutions sont :

$X_1=\dfrac{7-\sqrt{1}}{2\times1}=\dfrac{6}{2}=3$ et $X_2=\dfrac{7+\sqrt{1}}{2\times1}=\dfrac{8}{2}=4$

C'est-à-dire : $x^2=3$ ou $x^2=4$

C'est-à-dire : $x=\pm\sqrt{3}$ ou $x=\mp 2$

b) Résolution de l'inéquation : $x^4-7x^2+12\geq 0$

On a une factorisation de x^4-7x^2+12 en un produit de monômes du premier degré :

$x^4-7x^2+12=1(x+2)\left(x+\sqrt{3}\right)\left(x-\sqrt{3}\right)(x-2)$

$x+2=0$ Équivaut à : $x=-2$ et $x+\sqrt{3}=0$ signifie que : $x=-\sqrt{3}$

PROF. ATMANI NAJIB

$x-\sqrt{3}=0$ Signifie que : $x=\sqrt{3}$ et $x-2=0$ Équivaut à : $x=2$

On peut donc dresser le tableau de signes :

x	$-\infty$		-2		$-\sqrt{3}$		$\sqrt{3}$		2		$+\infty$
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$	
$x+\sqrt{3}$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x-\sqrt{3}$		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$I(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$x^4-7x^2+12\geq 0$ Équivaut à : $x\in\left]-\infty,-2\right]\cup\left[-\sqrt{3},\sqrt{3}\right]\cup\left[2;+\infty\right[$

Ainsi : $D_f=\left]-\infty,-2\right]\cup\left[-\sqrt{3},\sqrt{3}\right]\cup\left[2;+\infty\right[$

Exercice 2 : Soit f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x)=x^2-2x-5$ et $g(x)=-x-3$

Étudier les positions de (C_f) et (C_g) les courbes représentatives respectives de f et g

Solution : Soit h(x) = f(x) – g(x)

Donc : h(x)= $x^2-2x-5+x+3=x^2-x-2$

h est une fonction du second degré.

Calculons son discriminant afin de déterminer son signe : a = 1, b = -1 et c = -2.

$\Delta=(-1)^2-[4\times 1\times(-2)]=9=3^2$

Δ étant strictement positif, le trinôme admet deux racines qui sont :

$x_1=\frac{1+3}{2\times 1}=2$ et $x_2=\frac{1-3}{2\times 1}=-1$

Le signe de la fonction est du signe de : a, c'est-à-dire positif de part et d'autre des racines mais du signe contraire (donc négatif) entre ces racines.

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f(x)-g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Par conséquent (C_f) est confondue avec (C_g) pour : x = -1 et x = 2

(C_f) Est située au-dessus de (C_g) sur : $\left]-\infty;-1\right[\cup\left]2;+\infty\right[$

(C_f) Est située au-dessus de (C_g) sur : $\left]-1\infty;2\right[$

Exercice 3 : Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ tel que : $f(4x-1)=\begin{cases}x-1 & si \quad x\geq 1\\ 2x-5 & si \quad x<1\end{cases}$

1) Déterminer $f(x)$ en fonction de x

2) Calculer : $f(4)$

Solution : 1) On a : $x=4\left(\frac{x+1}{4}\right)-1$ donc : $f(x)=f\left(4\left(\frac{x+1}{4}\right)-1\right)$

PROF ATMANI NAJIB

PROF: ATMANI NAJIB

$f(x)=\begin{cases}\frac{x+1}{4}-1 & si \quad \frac{x+1}{4}\geq 1\\ 2\frac{x+1}{4}-5 & si \quad \frac{x+1}{4}<1\end{cases}$ C'est-à-dire : $f(x)=\begin{cases}\frac{x-3}{4} & si \quad x\geq 3\\ \frac{x-9}{2} & si \quad x<3\end{cases}$

2) Calcul de : $f(4)$: $f(4)=\frac{4-3}{4}=\frac{1}{4}$

Exercice 4 : Etudier la parité des fonctions suivantes définie par :

1) $f(x)=\frac{x^2-1}{x}$ 2) $f(x)=\frac{|x|}{x^2-1}$ 3) $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{2}$

Solution : 1) $f(x)=\frac{x^2-1}{x}$; on a $f(x)\in\mathbb{R}\Leftrightarrow x\neq 0$ donc : $D_f=\mathbb{R}^*$

- Pour tout réel x, si $x\in\mathbb{R}^*$, alors $-x\in\mathbb{R}^*$
- $f(-x)=\frac{(-x)^2-1}{-x}=-\frac{x^2-1}{x}$

$f(-x)=-f(x)$

Donc : f est une fonction impaire,

2) $f(x)=\frac{|x|}{x^2-1}$ on a $f(x)\in\mathbb{R}\Leftrightarrow x^2-1\neq 0$

$x^2-1=0\Leftrightarrow x^2=1\Leftrightarrow x=1$ ou $x=-1$

Donc : $D_f=\mathbb{R}-\{-1;1\}$

- Pour tout réel x, si $x\in\mathbb{R}-\{-1;1\}$, alors $-x\in\mathbb{R}-\{-1;1\}$
- $f(-x)=\frac{|-x|}{(-x)^2-1}=\frac{|x|}{x^2-1}$

$f(-x)=f(x)$

Donc : f est une fonction paire

3) $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{2}$. $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x\geq 0\}$ Donc $D_f=\mathbb{R}^+=[0;+\infty[$

On a $2\in\mathbb{R}^+$ mais : $-2\notin\mathbb{R}^+$ Donc f est une fonction ni paire ni impaire

Exercice 5 : Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)+10g(-x)=\frac{2x^3}{x^2+1}-\sin x$: $\forall x\in\mathbb{R}$

1) Montrer que : g est une fonction impaire

2) Donner une : expression de $g(x)$: pour tout réel x

Solution : On a : $g(x)+10g(-x)=\frac{2x^3}{x^2+1}-\sin x$ (1) : $\forall x\in\mathbb{R}$

Soit $x\in\mathbb{R}$: En remplaçant x par –x on trouve : $g(-x)+10g(x)=\frac{2(-x)^3}{(-x)^2+1}-\sin(-x)$

Donc : $g(-x)+10g(x)=-\frac{2x^3}{x^2+1}+\sin x$ (2)

(1) + (2) donne : $11(g(-x)+g(x))=0$ donc : $g(-x)+g(x)=0$

PROF: ATMANI NAJIB

Donc : $g(-x)=-g(x) \quad \forall x\in\mathbb{R}$

Donc : g est une fonction impaire

2) On a : $g(x)+10g(-x)=\dfrac{2x^3}{x^2+1}-\sin x$

Et puisque f est une fonction impaire donc : $g(x)-10g(x)=\dfrac{2x^3}{x^2+1}-\sin x$

$-9g(x)=\dfrac{2x^3}{x^2+1}-\sin x \Leftrightarrow \boxed{g(x)=-\dfrac{2}{9}\dfrac{x^3}{x^2+1}+\dfrac{1}{9}\sin x}$

Exercice 6 : Soit f la fonction numérique tel que : $f(x)=|2x-4|$

1) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations

2)Tracer la représentation graphique de la fonction f

Solution : 1) On a $f(x)\in\mathbb{R}$ donc : $D_f=\mathbb{R}$

$2x-4=0$ Équivaut à : $x=\dfrac{4}{2}=2$

Donc : $f(x)=2x-4$ si $x\in[2,+\infty[$ et $f(x)=-2x+4$ si $x\in]-\infty,2]$

x		2	$+\infty$
$2x-4$	$-$	0	$+$
$\|2x-4\|$	$-2x+4$		$2x-4$

Donc : $\begin{cases} f(x)=-2x+4 & si\ \ x\in]-\infty,2] \\ f(x)=2x-4 & si\ \ x\in[2;+\infty[\end{cases}$

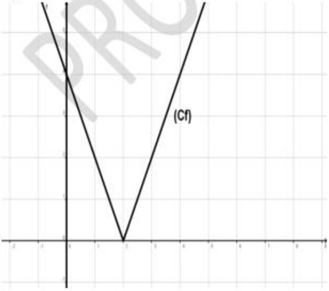
→Si $x\in]-\infty,2]$: $f(x)=-2x+4$ et $-2<0$ donc : f est strictement décroissante dans $]-\infty,2]$

→Si $x\in[2;+\infty[$: $f(x)=2x-4$ et $2>0$ donc : f est strictement croissante dans $[2;+\infty[$

Le Tableau de variations de f :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	↘	0	↗

2)



PROF: ATMANI NAJIB

Exercice 7 : Soit f une fonction numérique tel que : $f\left(x\right)=5x^{2}+3$

Montrer que f admet un minimum absolu sur $\mathbb{R}$ que l'on déterminera

Solution : $D_{f}=\mathbb{R}$

On a pour tout $x\in\mathbb{R}$ $x^{2}\geq 0$ donc $5x^{2}\geq 0$ car $5\succ 0$

Par suite $5x^{2}+3\geq 3$ et on a $f\left(0\right)=3$

Donc : pour tout $x\in\mathbb{R}$ $f\left(x\right)\geq f\left(0\right)$

D'où : $f\left(0\right)=3$ est un minimum absolu de f sur $\mathbb{R}$

Exercice 8 : Soit g une fonction numérique tel que : $g\left(x\right)=-4x^{2}+1$

Montrer que g admet un maximum absolu sur $\mathbb{R}$ que l'on déterminera

Solution : $D_{g}=\mathbb{R}$

On a pour tous : $x\in\mathbb{R}$; $x^{2}\geq 0$

Donc $-4x^{2}\leq 0$ car $-4\prec 0$

Par suite : $-4x^{2}+1\leq 1$ et on a $g\left(0\right)=1$

Donc pour tout $x\in\mathbb{R}$ $g\left(x\right)\leq g\left(0\right)$

D'où : $g\left(0\right)=1$ est un maximum absolu de g sur $\mathbb{R}$

Exercice 9 : Soit f une fonction numérique tel que : $f\left(x\right)=-2x^{2}+4x+1$

Montrer que 3 est le maximum absolu de f sur $\mathbb{R}$

Solution : $D_{f}=\mathbb{R}$

Montrons donc que : $f\left(x\right)\leq 3$ et que l'équation $f\left(x\right)=3$ admet une solution dans $\mathbb{R}$

$$f\left(x\right)-3=-2x^{2}+4x+1-3=-2x^{2}+4x-2=-2\left(x^{2}-2x+1\right)=-2\left(x-1\right)^{2}\leq 0$$

Donc $f\left(x\right)\leq 3$; $\forall x\in\mathbb{R}$ et on a : $f\left(x\right)=3\Leftrightarrow f\left(x\right)-3=0\Leftrightarrow -2\left(x-1\right)^{2}=0\Leftrightarrow x=1$

Donc : L'équation $f\left(x\right)=3$ admet une solution dans $\mathbb{R}$

Et on a : $f\left(1\right)=3$ donc : $f\left(x\right)\leq f\left(1\right)$ $\forall x\in\mathbb{R}$

Donc : $f\left(1\right)=3$ est le maximum absolu de f sur $\mathbb{R}$

Exercice 10 : 1) Donner une période des fonctions suivantes :

a) $f:x\rightarrow\sin(4x-1)$ b) $g:x\rightarrow\cos(5x)$

2) Trouver une fonction de période $T=\frac{3}{4}$

Solution :1) a) $T=\frac{2\pi}{a}=\frac{2\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$ 1) b) $T=\frac{2\pi}{5}$

2) Une fonction est. $h:x\rightarrow\cos(\frac{8\pi}{3}x)$

Exercice 11 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}^{*}$ et périodique de période $T=1$

Tel que : $f\left(x\right)=\frac{1}{x}$ si $x\in\left]0;1\right[$

PROF: ATMANI NAJIB

PROF: ATMANI NAJIB

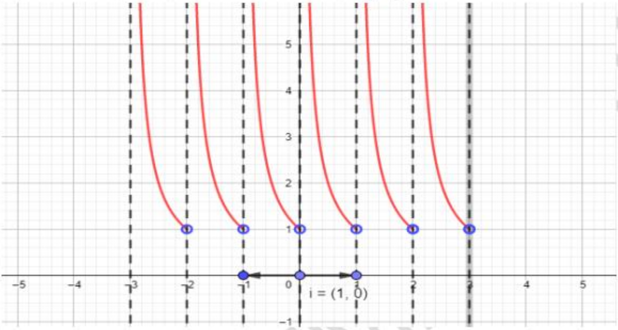
1)Tracer la représentation graphique de la fonction sure : $[-3;3]\cap D_f$ dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$

2) Calculer : $f(2,5)$; $f(-12,25)$; $f(2025,01)$

3) Donner l'expression de : $f(x)$ sur les intervalles : $I_k =]k;k+1[\ k\in\mathbb{Z}$

Solution : Dans l'intervalle $I_0 =]0;1[$:la courbe (C_f) c'est une portion d'une hyperbole

Pour Tracer la représentation graphique de la fonction sur $[-3;3]\cap D_f$ il suffit de Tracer la représentation graphique de la fonction sur $I_0 =]0;1[$ et utiliser les translation $k\vec{i}$ avec $k\in\mathbb{Z}$



2) $\rightarrow f(2,5)=f(2+0,5)=f(2\times1+0,5)=f(0,5)$ car f est périodique de période $T=1$;

En effet : $f(k\times T+x)=f(x)$ avec $k\in\mathbb{Z}$

Donc : $f(2,5)=f(0,5)$ et puisque : $0,5\in]0;1[$

Alors : $f(2,5)=f(0,5)=\dfrac{1}{0,5}=2$

$\rightarrow f(-12,25)=f(-13+0,75)=f(-13\times1+0,75)=f(0,75)$ car f est périodique de période $T=1$;

En effet : $f(k\times T+x)=f(x)$ avec $k\in\mathbb{Z}$

Donc : $f(-12,25)=f(0,75)$ et puisque : $0,75\in]0;1[$

Alors : $f(-12,25)=f(0,75)=\dfrac{1}{0,75}=\dfrac{4}{3}$

$\rightarrow f(2025,01)=f(2025+0,1)=f(2025\times1+0,1)=f(0,1)$ car f est périodique de période $T=1$;

En effet : $f(k\times T+x)=f(x)$ avec $k\in\mathbb{Z}$

Donc : $f(2025,01)=f(0,1)$ et puisque : $0,1\in]0;1[$

Alors : $f(2025,01)=f(0,1)=\dfrac{1}{0,1}=10$

PROF: ATMANI NAJIB

3) L'expression de : $f(x)$ sur les intervalles : $I_k =]k;k+1[\ k \in \mathbb{Z}$

$x \in I_k =]k;k+1[\Leftrightarrow k < x < k+1$

$x \in I_k \Leftrightarrow 0 \prec x-k \prec 1 \Leftrightarrow f(x-k) = \dfrac{1}{x-k}$

Or : f est périodique de période $T=1$ alors : $f(x-k) = f(x-k\times 1) = f(x)$

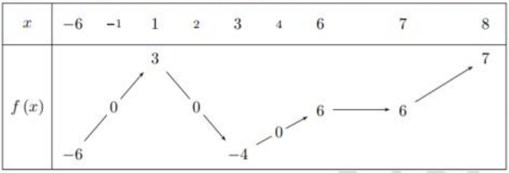
Donc : $f(x) = \dfrac{1}{x-k}$ si $x \in]k;k+1[\ k \in \mathbb{Z}$

Exercice 12 : À partir du tableau de variation ci-dessous, recopier et compléter les égalités ou inégalités suivantes en justifiant :

1) a) $f(1{,}4)\ldots\ldots f(2{,}3)$ b) $f(7{,}2)\ldots\ldots f(7{,}6)$ c) $f(6{,}2)\ldots\ldots f(6{,}7)$

2) Peut-on comparer l'image des nombres $2{,}3$ *et* $7{,}7$? Justifier.

3) Peut-on comparer l'image des nombres $1{,}9$ *et* $6{,}2$? Justifier.



Solution :1) a) $f(1{,}4) > f(2{,}3))$ car 1,4 < 2,3 et f est décroissante sur [1 ; 3].

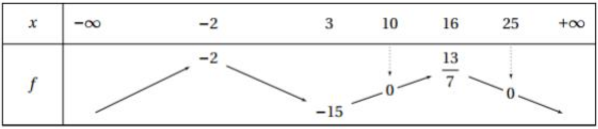
b) $f(7{,}2) < f(7{,}6)$ car 7,2 < 7,6 et f est croissante sur [7 ; 8].

c) $f(6{,}2) = f(6{,}7)$ car 6,2 < 6,7 et f est constante sur [6 ; 7].

2) $f(2{,}3) < f(7{,}7)$ car d'après le signe de la fonction $f(2{,}3) < 0$ et $f(7{,}7) > 0$ (par contre, on ne peut pas utiliser le sens de variation qui change sur l'intervalle [2,3 ; 7,7]).

3) On ne peut pas comparer l'image des nombres $1{,}9$ *et* $6{,}2$ car la fonction f n'est pas monotone (elle change de sens de variation) sur [1,9 ; 6,2].

Exercice 13 : On considère une fonction f dont le tableau de variation est le suivant :



1)Quel est l'ensemble de définition de la fonction f?

2)a)Quel est le maximum de la fonction f sur l'intervalle $]-\infty;10]$?

b)Quel est le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $]-\infty;10]]$?

3)a) Quel est le maximum de la fonction f sur $\mathbb{R}$?

ATMANI NAJIB

b) En déduire le nombre de solution de l'équation $f(x)=2$

Solution : 1) La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$.

2) a) Le maximum de la fonction f sur l'intervalle $]-\infty;10]$ est 0.

b) Sur l'intervalle $]-\infty;10]$ le maximum est 0. On a donc $f(x)\le 0$ pour tout réel $x\in]-\infty;10]$.

$f(x)$ est donc négatif ou nul sur cet intervalle.

3) a) Le maximum de la fonction f sur $\mathbb{R}$ est $\frac{13}{7}$

b) Par conséquent, pour tout réel x, on a $f(x)\le \frac{13}{7}<2$

2 ne possède donc pas d'antécédent par la fonction f et l'équation $f(x)=2$ ne possède pas de solution sur $\mathbb{R}$.

Exercice 14 : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=5x^3+2x-4$

Déterminer, en justifiant, les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

Solution : On considère deux réels a et b tels que $a<b$.

D'une part, la fonction cube étant strictement croissante on a $a^3<b^3$ et par conséquent $5a^3<5b^3$

D'autre part, le coefficient directeur de la fonction affine : $x\to 2x-4$ est 2>0.

Cette fonction est donc strictement croissante. Ainsi : $2a-4<2b-4$.

Ainsi $5a^3+2a-4<5b^3+2b-4$ donc $f(a)<f(b)$

La fonction f est donc strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

Exercice 15 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=2x^2-4x+7$

1) Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ces éléments caractéristiques et étudier les variations de f et dresser le Tableau de variations de f

2) a) En déduire que : pour tout $x\in\mathbb{R}$ On a : $f(x)>0$

b) En déduire que : pour tout $x\in\left[1;\frac{3}{2}\right]$ On a : $5\le f(x)\le\frac{11}{2}$

c) En déduire que : pour tout $x\in[-1;0]$ On a : $7\le f(x)\le 13$

3)Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes du repère

4)Tracer la courbe représentative de (C_f) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

5) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $f(x)=m$ avec : $m\in\mathbb{R}$

Solution : 1) On a : $f(x)=2x^2-4x+7$: f est une fonction polynôme donc $D_f=\mathbb{R}$

$(f(x)=ax^2+bx+c)$ On a : $a=2$; $b=-4$ et $c=7$

Donc $\alpha=-\frac{b}{2a}=-\frac{-4}{2\times 2}=1$ et $f(\alpha)=f(1)=2\times 1^2-4\times 1+7=2-4+7=5$

Alors : la courbe (C_f) c'est une parabole de sommet $W(\alpha;f(\alpha))$ c'est à dire : $W(1;5)$ et d'axe de

PROF: ATMANI NAJIB

symétrie la droite $x=\alpha$. C'est-à-dire : $x=1$

Comme : $\boxed{a=2>0}$ alors :

La fonction f est croissante sur $[1;+\infty[$ et décroissante sur $]-\infty;1]$

Tableau de variations de f : On a $a=1>0$ donc :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	↘	5	↗

2) a) D'après le tableau de variation de f on a : $f(1)=5$ est un minimum absolu de f sur $\mathbb{R}$

Donc : pour tout $x\in\mathbb{R}$ on a : $f(1)\leq f(x)$

Donc : pour tout $x\in\mathbb{R}$ on a : $5\leq f(x)$ or $0<5$

Par suite : $0<f(x)$ pour tout $x\in\mathbb{R}$

b) Soit : $x\in\left[1;\frac{3}{2}\right]$ alors : $1\leq x\leq\frac{3}{2}$ or D'après le tableau de variation de f on a : f est strictement croissante sur $I=[1;+\infty[$

Par suite : f est strictement croissante sur $\left[1;\frac{3}{2}\right]$

Alors : $f(1)\leq f(x)\leq f\left(\frac{3}{2}\right)$ et comme : $f(1)=5$ et $f\left(\frac{3}{2}\right)=2\left(\frac{3}{2}\right)^2-4\times\left(\frac{3}{2}\right)+7=\frac{11}{2}$

Par suite : $5\leq f(x)\leq\frac{11}{2}$ si $x\in\left[1;\frac{3}{2}\right]$

b) Soit : $x\in[-1;0]$ On a alors : $-1\leq x\leq 0$ or D'après le tableau de variation de f on a : f est strictement décroissante sur $J=]-\infty;1]$

Par suite : f est strictement décroissante sur $[-1;0]$

Alors : $f(0)\leq f(x)\leq f(-1)$ et comme :

$f(0)=2(0)^2-4\times(0)+7=7$ Et $f(-1)=2(-1)^2-4\times(-1)+7=13$

Par suite : $7\leq f(x)\leq 13$

3)a) Intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses.

Les points d'intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses ont leurs ordonnées nulles, et leurs abscisses sont les solutions de l'´équation $f(x)=0$.

$f(x)=0$ Signifie $2x^2-4x+7=0$ $a=2$ et $b=-4$ et $c=7$

$\Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4\times2\times3=16-24=-8<0$

Donc : Pas de solution

Donc : la courbe (C_f) ne coupe pas l'axe des abscisses

PROF: ATMANI NAJIB

b) Intersection de la courbe $\left(C_f\right)$ avec l'axe des ordonnées

Le point d'intersection de la courbe $\left(C_f\right)$ avec l'axe des ordonnées a une abscisse nulle

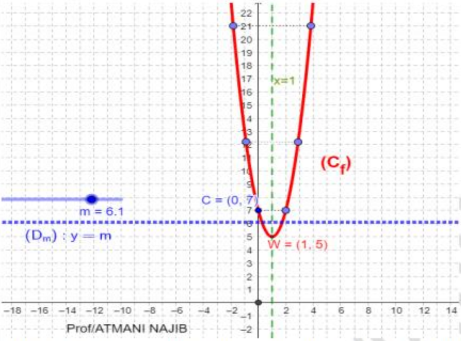
---

Et on a $f(0)=2(0)^2-4\times(0)+7=7$

Donc le point d'intersection de la courbe $\left(C_f\right)$ avec l'axe des ordonnées est : $C(0;7)$

4) la courbe représentative $\left(C_f\right)$ dans le repère $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
f(x)	9	4	1	0	1	4	9



5) Détermination graphique du nombre de solutions de l'équation : $f(x)=m$ avec : $m\in\mathbb{R}$

Les solutions de l'équation sont les abscisses des points d'intersections de $\left(C_f\right)$ et la droite : $y=m$

Si : $m<5$ l'équation n'admet pas de solution
Si : $m=5$ il y'a une solution c'est : x = 1
Si : $m>5$ il y'a deux solutions

Exercice 16 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=4x^2-8x+6$

1)Déterminer la nature de la courbe $\left(C_f\right)$de f et ces éléments caractéristiques et étudier les variations de f et dresser le Tableau de variations de f

2) Soient : (D) la droite d'équation (D): $y=x-3$ et deux points :

$A(1;-1)$ et $B(0;-2)$et $M(x;y)\in(D)$

a) Tracer la courbe représentative de$\left(C_f\right)$ et la droite(D) dans un même repère $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

b) Déterminer les coordonnées de M pour que : MA^2+MB^2 soit minimale

Solution :1) On a : $f(x)=4x^2-8x+6$: f est une fonction polynôme donc : $D_f=\mathbb{R}$

$\left(f(x)=ax^2+bx+c\right)$ On a : $a=4$; $b=-8$ et $c=6$

PROF. ATMANI NAJIB

Donc $\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{-8}{2\times(4)} = 1$ et $f(1) = f(1) = 4\times(1)^2 - 8\times 1 + 6 = 4 - 8 + 6 = 2$

Alors : la courbe (C_f) c'est une parabole de sommet $W(\alpha; f(\alpha))$ c'est à dire : $W(1;2)$ et d'axe de symétrie la droite $x = \alpha$. C'est-à-dire : $x = 1$

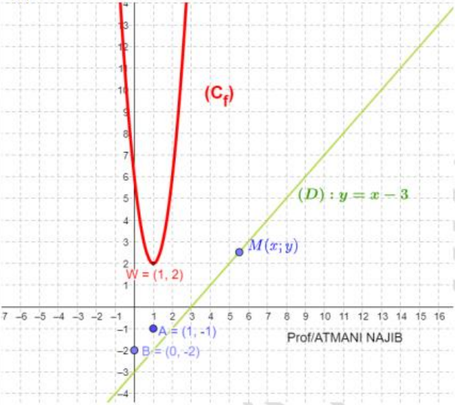
Comme : $\boxed{a = 4 > 0}$ alors :

La fonction f est croissante sur $[1;+\infty[$ et décroissante sur $]-\infty;1]$

Tableau de variations de f : On a $a = 4 > 0$ donc :

x	$-\infty$ 1 $+\infty$
$f(x)$	$\searrow$ 2 $\nearrow$

2)a)



4)b) $M(x;y) \in (D)$ signifie que : $y = x - 3$

Donc : $M(x\,;\,x-3)$

Donc : $\overrightarrow{AM}(x-1\,;\,x-3+1)$ c'est-à-dire : $\overrightarrow{AM}(x-1\,;\,x-2)$

Et $\overrightarrow{BM}(x-0\,;\,x-3+2)$ c'est-à-dire : $\overrightarrow{BM}(x;\,x-1)$

$$MA^2 + MB^2 = \sqrt{(x-1)^2 + (x-2)^2}^{\,2} + \sqrt{x^2 + (x-1)^2}^{\,2}$$

Donc : $MA^2 + MB^2 = (x-1)^2 + (x-2)^2 + x^2 + (x-1)^2$

Donc : $MA^2 + MB^2 = x^2 - 2x + 1 + x^2 - 4x + 4 + x^2 + x^2 - 2x + 1$

Donc : $MA^2 + MB^2 = 4x^2 - 8x + 6$

Donc : $MA^2 + MB^2 = f(x)$

PROF: ATMANI NAJIB

$MA^2 + MB^2$ est minimale si et seulement si $f(x)$ est minimale

D'après le tableau de variation de f on a : $f(1)=2$ est un minimum absolu de f sur $\mathbb{R}$

Donc : $MA^2 + MB^2$ est minimale si $x=1$ et $y=2$

Par suite : $M(1\,;2)$

Exercice 17 : Soit f une fonction définie par : $f(x)=\dfrac{x^2+2x}{(x+1)^2}$

1) Déterminer D_f

2) Déterminer les nombres réels : a et b tel que : $f(x)=a+\dfrac{b}{(x+1)^2}$; $\forall x \in D_f$

3) En déduire que f est minorée par 1

4) Soit : $m \in \mathbb{R}$

a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $f(x)=m$ d'inconnue x et m paramètre réel

b) En déduire : $f(\mathbb{R}-\{-1\})$

5) a) Soient : $x_1 \in D_f$ et $x_2 \in D_f$ deux réels tel que : $x_1 \neq x_2$

Monter que : $T(x_1;x_2)=\dfrac{x_1+x_2+2}{(x_1+1)^2\times(x_2+1)^2}$

b) En déduire les variations de f sur D_f

6) Soit g une fonction définie par : $g(x)=f(|x|)$

a) Etudier la parité de g

b) Dresser le tableau de variations de g

Solution : 1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x+1\neq 0\}=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x\neq -1\}$

Donc : $D_f=\mathbb{R}-\{-1\}$

2) Déterminons les nombres réels : a et b tel que : $f(x)=a+\dfrac{b}{(x+1)^2}$; $\forall x\in\mathbb{R}-\{-1\}$

Soit : $x\in\mathbb{R}-\{-1\}$

$$f(x)=a+\frac{b}{(x+1)^2} \Leftrightarrow \frac{x^2+2x}{(x+1)^2}=\frac{a(x+1)^2+b}{(x+1)^2} \Leftrightarrow x^2+2x=a(x+1)^2+b \Leftrightarrow x^2+2x=ax^2+2ax+a+b$$

$\begin{cases} a=1 \\ 2a=2 \\ a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases}$ d'où : ; $\forall x\in\mathbb{R}-\{-1\}$ $\boxed{f(x)=1-\dfrac{1}{(x+1)^2}}$; $\forall x\in\mathbb{R}-\{-1\}$

3) En déduisons que f est minorée par 1

On a : $f(x)=1-\dfrac{1}{(x+1)^2}$; $\forall x\in\mathbb{R}-\{-1\}$

Donc : $f(x)-1=-\dfrac{1}{(x+1)^2}<0$; $\forall x\in\mathbb{R}-\{-1\}$

PROF: ATMANI NAJIB

Donc : $f(x)<1;\ \forall x\in\mathbb{R}-\{-1\}$

Donc : f est minorée par 1

4) Soit : $m\in\mathbb{R}$

a) Résolution dans $\mathbb{R}$ l'équation : $(E)\ f(x)=m$ d'inconnue x et m paramètre réel

---

$$f(x)=m\Leftrightarrow 1-\frac{1}{(x+1)^2}=m\Leftrightarrow \frac{1}{(x+1)^2}=1-m$$

→L'équation : (E) admet une solution si $1-m>0$ c'est-à-dire : $m<1$

$$f(x)=m\Leftrightarrow (x+1)^2=\frac{1}{1-m}\Leftrightarrow x+1=\sqrt{\frac{1}{1-m}}\ ou\ x+1=-\sqrt{\frac{1}{1-m}}$$

$$f(x)=m\Leftrightarrow x=\sqrt{\frac{1}{1-m}}-1ou\ x=-\sqrt{\frac{1}{1-m}}-1$$

Donc : $S=\left\{-\sqrt{\frac{1}{1-m}}-1;\ \sqrt{\frac{1}{1-m}}-1\right\}$

→L'équation : (E) n'admet pas de solution si $m\geq 1$

Donc : $S=\varnothing$

1) On a : $\forall x\in\mathbb{R}-\{-1\}$: $f(x)<1$ donc : $f(\mathbb{R}-\{-1\})\subset\left]-\infty;1\right[\ (1)$

Et d'après la question :4)a) : $\forall m\in\left]-\infty;1\right[\ \exists x\in\mathbb{R}-\{-1\}$ tel que : $f(x)=m\quad(2)$

De : (1) et (2) on obtient : $\boxed{f(\mathbb{R}-\{-1\})=\left]-\infty;1\right[}$

5) a) Soient : $x_1\in D_f$ et $x_2\in D_f$ deux réels tel que : $x_1\neq x_2$

Montrons que : $T(x_1;x_2)=\frac{x_1+x_2+2}{(x_1+1)^2\times(x_2+1)^2}$

$$f(x_1)-f(x_2)=1-\frac{1}{(x_1+1)^2}-1+\frac{1}{(x_2+1)^2}=\frac{1}{(x_2+1)^2}-\frac{1}{(x_1+1)^2}=\frac{(x_1+1)^2-(x_2+1)^2}{(x_1+1)^2(x_2+1)^2}=\frac{(x_1-x_2)(x_1+x_2+2)}{(x_1+1)^2(x_2+1)^2}$$

Donc : $T(x_1;x_2)=\frac{x_1+x_2+2}{(x_1+1)^2\times(x_2+1)^2}$

b) Déduction des variations de f sur $\left]-\infty;-1\right[\cup\left]-1;+\infty\right[$

→Les variations de f sur $\left]-\infty;-1\right[$

Soients : $x_1\in\left]-\infty;-1\right[$ et $x_2\in\left]-\infty;-1\right[$ tel que : $x_1\neq x_2$

On a : $x_1<-1$ et $x_2<-1$ donc : $x_1+x_2<-2$ donc : $x_1+x_2+2<0$

Et Comme : $(x_1+1)^2\times(x_2+1)^2>0$

Alors : $T(x_1;x_2)<0$

D'où : f est strictement décroissante sur $\left]-\infty;-1\right[$

PROF: ATMANI NAJIB

→Les variations de f sur $]-1;+\infty[$

Soient : $x_1 \in]-1;+\infty[$ et $x_2 \in]-1;+\infty[$ tel que : $x_1 \neq x_2$

On a : $x_1 > -1$ et $x_2 > -1$ donc : $x_1 + x_2 > -2$ donc : $x_1 + x_2 + 2 > 0$

Et Comme : $(x_1+1)^2 \times (x_2+1)^2 > 0$

Alors : $T(x_1;x_2) > 0$

D'où : f est strictement croissante sur $]-1;+\infty[$

6) Soit g une fonction définie par : $g(x) = f(|x|)$

a) Etudions la parité de g

On a : $g(x) = f(|x|)$

$D_g = \{x \in \mathbb{R} / |x| \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} / |x| \neq -1\}$

Donc : $D_g = \mathbb{R}$ car $\forall x \in \mathbb{R}$; $|x| \neq -1$

- Pour tout réel x : si $x \in \mathbb{R}$, alors $-x \in \mathbb{R}$
- $g(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = g(x)$

Donc g est une fonction paire,

b) Dressons le tableau de variations de g

On a : $g(x) = f(x)$ sur $\mathbb{R}^+$

Donc : g est strictement croissante sur $[0;+\infty[$ et comme g est une fonction paire,

Alors : g est strictement décroissante sur $]-\infty;0]$

Par suite le tableau de variations de g sur $\mathbb{R}$ est :

x	$-\infty$ 0 $+\infty$
$g(x)$	↘ 0 ↗

Exercice 18 : Soit les fonctions f et g définies par : $g(x) = \dfrac{2x+1}{x-2}$ et $f(x) = \dfrac{1}{x}$

On pose : $h(x) = (g \circ f)(x)$

1) Déterminer D_h

2) Déterminer : $h(x)$ si $x \in D_h$

Solution : 1) On a : $D_f = \mathbb{R} - \{0\} = \mathbb{R}^*$ et $D_g = \mathbb{R} - \{2\}$

$D_{g \circ f} = \{x \in \mathbb{R} / x \in D_f \ \ et \ \ f(x) \in D_g\}$

$x \in D_{g \circ f} \Leftrightarrow x \in D_f \ \ et \ \ f(x) \in D_g$

$x \in D_{g \circ f} \Leftrightarrow x \neq 0 \ et \ \ f(x) \neq 2$

$f(x) = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{x} = 2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

PROF: ATMANI NAJIB

$x \in D_{g\circ f} \Leftrightarrow x \neq 0 \ et \ x \neq \frac{1}{2}$

Donc : $D_{g\circ f} = \mathbb{R} - \left\{0;\frac{1}{2}\right\}$

2)Soit : $x \in \mathbb{R} - \left\{0;\frac{1}{2}\right\}$

$$h(x) = (g\circ f)(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{2\frac{1}{x}+1}{\frac{1}{x}-2} = \frac{x+2}{1-2x}$$

Donc : $h(x) = \frac{x+2}{1-2x}$; $\forall x \in \mathbb{R} - \left\{0;\frac{1}{2}\right\}$

Exercice 19 : Soit les fonctions f et h définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x-1$ et $h(x) = 2x^2+3x-1$

Déterminer la fonction g telle que : $h = g\circ f$

Solution : Soit $x \in \mathbb{R}$

On a : $h(x) = (g\circ f)(x) = g(f(x))$: on pose : $f(x) = y$

$f(x) = y \Leftrightarrow x-1 = y \Leftrightarrow x = y+1$

$g(y) = h(x) = 2x^2+3x-1 = 2(y+1)^2+3(y+1)-1 = 2y^2+4y+2+3y+3-1$

Donc : $g(y) = 2y^2+7y+4$

Donc : $\forall x \in \mathbb{R} \ \ g(x) = 2x^2+7x+4$

Exercice 20 : Soient f et g les deux fonctions définies par : $f(x) = \frac{5x-11}{4x-4}$ et $g(x) = x^2-2x-1$

(C_f) et (C_g) Les courbes représentatives de f et g dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1)Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ces éléments caractéristiques et étudier les variations de f et dresser le Tableau de variations de f

2)Déterminer la nature de la courbe (C_g) de g et ces éléments caractéristiques et étudier les variations de g et dresser le Tableau de variations de g

3)a) Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses

b) Trouver les points d'intersections de la courbe (C_g) avec l'axe des abscisses

4) a) Déterminer a ; b et c tel que : $x \in D_f$: $g(x) - f(x) = \frac{(x+1)(ax^2+bx+c)}{4x-4}$

b) Déterminer les points d'intersections de (C_f) et (C_g)

5)Tracer Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) dans le même repère en précisant les points

PROF: ATMANI NAJIB

d'intersections

6) Déterminons graphiquement l'image des intervalles suivants par g : $[-1,1]$; $[1;+\infty[$

7)a) Résoudre graphiquement l'inéquation : $g(x)\succ f(x)$

b) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x)\times g(x)\geq 0$

8) Soit la fonction définie par : $h(x)=|g(x)|$

Tracer La courbes représentatives (C_h) de h dans le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ (avec une autre couleur)

Solution :1) $f(x)=\dfrac{5x-11}{4x-4}$

En générale si : $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ et $c\neq 0$ alors (C_g) est une hyperbole de centre

$W\left(-\dfrac{d}{c};\dfrac{a}{c}\right)$et d'asymptotes les droites d'équations : $x=-\dfrac{d}{c}$ et $y=\dfrac{a}{c}$

Dans notre exercice on a : $f(x)=\dfrac{5x-11}{4x-4}$ donc (C_f) est une hyperbole de centre :

$W\left(1;\dfrac{5}{4}\right)$ et d'asymptotes les droites d'équations $x=1$ et $y=\dfrac{5}{4}$

Tableau de variations de f :

$f(x)=\dfrac{5x-11}{4x-4}$ on a : $\Delta=\begin{vmatrix}5 & -11\\ 4 & -4\end{vmatrix}=-20+44=24\succ 0$

Donc : g est strictement croissante sur les intervalles : $]1\ ;\ +\infty[$ et $]-\infty\ ;\ 1[$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	↗	‖	↗

2) $g(x)=x^2-2x-1$; g est une fonction polynôme donc $D_f=\mathbb{R}$

$(g(x)=ax^2+bx+c)$ On a : $a=1$ et $b=-2$ et $c=-1$

Donc $\alpha=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{-2}{2\times 1}=1$ et $\beta=g(1)=(1)^2-2\times(1)-1=-2$

la courbe (C_g) c'est une parabole de sommet $S(\alpha;\beta)$; $S(1;-2)$ et d'axe de symétrie la droite $x=\alpha$. C'est-à-dire : $x=1$

b) Tableau de variations de g : On a $a=1>0$ donc :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g(x)$	↘	-2	↗

3)a) Intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses

Les points d'intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses ont leurs ordonnées nulles, et

PROF: ATMANI NAJIB

leurs abscisses sont les solutions de l'´équation : $f(x)=0$.

$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{5x-11}{4x-4}=0 \Leftrightarrow 5x-11=0 \Leftrightarrow x=\frac{11}{5}$$

Le point d'intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses est : $C\left(\frac{11}{5};0\right)$

b) Les points d'intersections de la courbe (C_g) avec l'axe des abscisses :

$g(x)=0 \Leftrightarrow x^2-2x-1=0$ $\quad \Delta=b^2-4ac=(-2)^2-4\times1\times(-1)=4+4=8>0$

$x_1=\frac{-(-2)+\sqrt{8}}{2\times1}=\frac{2+2\sqrt{2}}{2}=1+\sqrt{2}$ et $x_2=\frac{-(-2)-\sqrt{8}}{2\times1}=\frac{2-2\sqrt{2}}{2}=1-\sqrt{2}$

Donc : les points d'intersection de la courbe (C_g) avec l'axe des abscisses sont :

$A\left(1+\sqrt{2};0\right)$et $B\left(1-\sqrt{2};0\right)$.

4) a) Soit $x\in D_f$: $g(x)-f(x)=x^2-2x-1-\frac{5x-11}{4x-4}=\frac{4x^3-12x^2-x+15}{4x-4}=\frac{(x+1)(4x^2-16x+15)}{4x-4}$

Donc : $a=4$; $b=-16$; $c=15$

b) Détermination des points d'intersections de (C_f) et (C_g) :

$$M(x;y)\in(C_f)\cap(C_g) \Leftrightarrow f(x)=g(x) \Leftrightarrow f(x)-g(x)=0$$

$\Leftrightarrow \frac{(x+1)(4x^2-16x+15)}{4x-4}=0 \Leftrightarrow (x+1)(4x^2-16x+15)=0 \Leftrightarrow 4x^2-16x+15=0$ ou $x=-1$

$$\Delta=b^2-4ac=(-16)^2-4\times4\times15=16>0$$

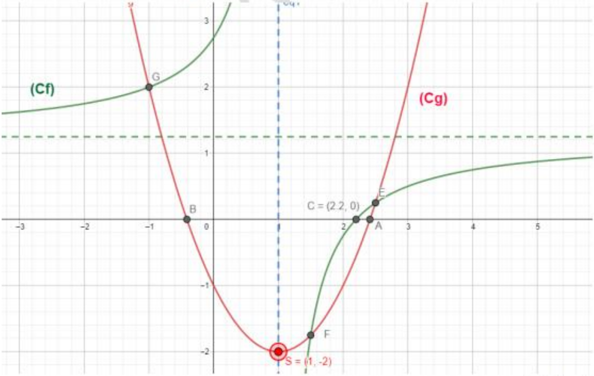
$x_1=\frac{-(-16)+\sqrt{16}}{2\times4}=\frac{16+4}{8}=\frac{20}{8}=\frac{5}{2}$ et $x_2=\frac{-(-16)-\sqrt{16}}{2\times4}=\frac{16-4}{8}=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$

Donc : $(C_f)\cap(C_g)=\left\{E\left(\frac{5}{2};\frac{1}{4}\right);F\left(\frac{3}{2};-\frac{7}{4}\right);G(-1;2)\right\}$

5)Traçage des courbes (C_f) et (C_g) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$:

a) $f(x)=\frac{5x-11}{4x-4}$: (C_f) est l'hyperbole de centre $W\left(1;\frac{5}{4}\right)$ et d'asymptotes les droites d'équations respectives $x=1$ et $y=\frac{5}{4}$

ATMANI NAJIB



6) Déterminons graphiquement l'image des intervalles suivants par g : $[-1,1]$; $[1;+\infty[$

$g([-1,1]) = [-2,2]$ et $g([1;+\infty[) = [-2;+\infty[$

7)a) Résolution graphique de l'inéquation : $g(x) \succ f(x)$

La courbe (C_g) est au-dessus de (C_f) si $x \in \left]-\infty;-1\right[\cup \left]1;\frac{3}{2}\right[\cup \left]\frac{5}{2};+\infty\right[$

Donc : $S = \left]-\infty;-1\right[\cup \left]1;\frac{3}{2}\right[\cup \left]\frac{5}{2};+\infty\right[$

b) Résolution graphique de l'inéquation : $f(x) \times g(x) \geq 0$

$f(x) \times g(x) \geq 0 \Leftrightarrow f(x) \geq 0 \;\; et \;\; g(x) \geq 0$ ou $f(x) \leq 0 \;\; et \;\; g(x) \leq 0$

$f(x) \geq 0 \Leftrightarrow$ La courbe (C_f) est au-dessus de l'axe des abscisses $\Leftrightarrow x \in \left]-\infty;1\right[\cup \left[\frac{11}{5};+\infty\right[$

$g(x) \geq 0 \Leftrightarrow$ La courbe (C_g) est au-dessus de l'axe des abscisses $\Leftrightarrow x \in \left]-\infty;1-\sqrt{2}\right] \cup \left[1+\sqrt{2};+\infty\right[$

$f(x) \geq 0 \;\; et \, g(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in \left(\left]-\infty;1\right[\cup \left[\frac{11}{5};+\infty\right[\right) \cap \left(\left]-\infty;1-\sqrt{2}\right] \cup \left[1+\sqrt{2};+\infty\right[\right)$

$f(x) \geq 0 \;\; et \, g(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in \left]-\infty;1-\sqrt{2}\right] \cup \left[1+\sqrt{2};1\right[$

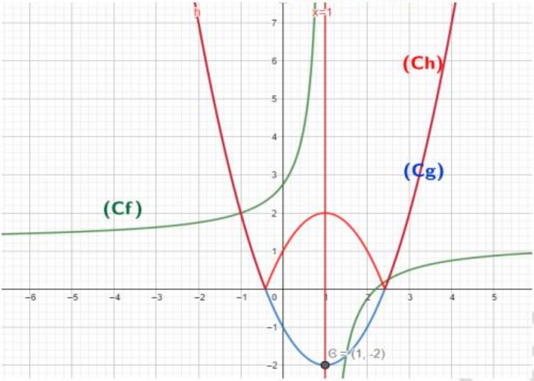
De la même façon : $f(x) \leq 0 \;\; et \, g(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in \left[\frac{11}{5};+\infty\right[$

Donc : $f(x) \times g(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in \left]-\infty;1-\sqrt{2}\right] \cup \left[\frac{11}{5};+\infty\right[\cup \left]1;1+\sqrt{2}\right]$

TMANI NAJIB

8) On a : $h(x)=|g(x)|$ donc : $\begin{cases} h(x)=g(x) & si\ g(x)\geq 0 \\ h(x)=-g(x) & si\ g(x)\leq 0 \end{cases}$

Donc : Les courbes (C_h) et (C_g) sont confondues si $g(x)\geq 0$ c'est-à-dire : si La courbe (C_g) est au-dessus de l'axe des abscisses et Les courbes (C_h) et (C_g) sont symétriques si $g(x)\leq 0$
C'est-à-dire : si La courbe (C_g) est au-dessous de l'axe des abscisses (voir figure)



Exercice 21 : Soient f et g deux fonctions définies par : $f(x)=\sqrt{x+4}$ et $g(x)=\frac{2}{x+1}$

et (C_f) et (C_g) Les courbes représentatives de f et g

1) Déterminer D_f et D_g

2) Montrer que : (C_f) et (C_g) se coupent en : $A(0;2)$

3) Tracer les courbes (C_f) et (C_g) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

4) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq g(x)$

5) On pose : $h(x)=\sqrt{\dfrac{6+4x}{x+1}}$

a) Déterminer D_h b) Étudier les variations de h dans l'intervalle : $\left]-\infty,-\dfrac{3}{2}\right]$

Solution : 1) a) $D_f=\{x\in\mathbb{R} / x+4\geq 0\}=\{x\in\mathbb{R} / x\geq -4\}=[-4,+\infty[$

b) On a $g(x)\in\mathbb{R} \Leftrightarrow x+1\neq 0 \Leftrightarrow x\neq -1$

Donc : $D_g=\mathbb{R}-\{-1\}=]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$

2) $A(x;y)\in(C_f)\cap(C_g) \Leftrightarrow f(x)=g(x) \Leftrightarrow \sqrt{x+4}=\dfrac{2}{x+1} \Leftrightarrow \left(\sqrt{x+4}\right)^2=\left(\dfrac{2}{x+1}\right)^2$ et $x+1\succ 0$

$\Leftrightarrow x+4=\dfrac{4}{x^2+2x+1}$ et $x+1\succ 0 \Leftrightarrow (x+4)(x^2+2x+1)=4$ et $x+1\succ 0 \Leftrightarrow x^3+6x^2+9x=0$ et $x+1\succ 0$

$\Leftrightarrow x(x^2+6x+9)=0$ et $x+1\succ 0 \Leftrightarrow ()x=0 \text{ ou } x^2+6x+9=0$ et $x+1\succ 0 \Leftrightarrow (x=0 \text{ ou } (x+3)^2=0$)et $x+1\succ 0$

$\Leftrightarrow (x=0 \text{ ou } x+3=0$)et $x+1\succ 0 \Leftrightarrow (x=0 \text{ ou } x=-3)$et $x+1\succ 0 \Leftrightarrow x=0$

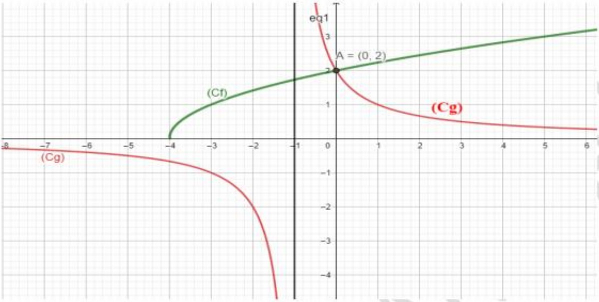
x	-4	-3	0	5
$f(x)$	0	1	2	3

Donc : $(C_f)\cap(C_g)=\{A(0;2)\}$

3) Traçage des courbes (C_f) et (C_g) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

a) $f(x)=\sqrt{x+4}$:

b) (C_g) est l'hyperbole de centre $W(-1;0)$ et d'asymptotes les droites d'équations respectives $x=-1$ et $y=0$



4) Résolution graphique de l'inéquation $f(x)\geq g(x)$:

Graphiquement la courbe (C_f) est au-dessus de (C_g) si $x\in[-4;-1[\cup[0;+\infty[$

PROF: ATMANI NAJIB

Donc : $S=[-4;-1[\cup[0;+\infty[$

5) a) On pose : $h(x)=\sqrt{\dfrac{6+4x}{x+1}}$ $D_h=\left\{x\in\mathbb{R}/\dfrac{6+4x}{x+1}\geq 0 \ et\, x+1\neq 0\right\}$

x	$-\infty$		$\frac{-3}{2}$		-1		$+\infty$
$4x+6$		$-$	0	$+$		$+$	
$x+1$		$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{4x+6}{x+1}$		$+$	0	$-$	‖	$+$	

$D_h=\left]-\infty;-\dfrac{3}{2}\right]\cup\left]-1;+\infty\right[$

b) On Remarque que : $h(x)=(f\circ g)(x)\quad \forall x\in\left]-\infty;-\dfrac{3}{2}\right]$

En effet : $(f\circ g)(x)=f(g(x))=\sqrt{4+g(x)}=\sqrt{4+\dfrac{2}{x+1}}=\sqrt{\dfrac{6+4x}{x+1}}=h(x)\ ;\ \forall x\in\left]-\infty;-\dfrac{3}{2}\right]$

$g(x)=\dfrac{2}{x+1}$:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g(x)$		↘	‖	↘	

On a : g est strictement décroissante sur: $\left]-\infty;-\dfrac{3}{2}\right]$ et

$g\left(\left]-\infty;-\dfrac{3}{2}\right]\right)=[-4;0[$

x	-4		$+\infty$
f	0	↗	$+\infty$

$f(x)=\sqrt{x+4}$: f est strictement croissante sur $g\left(\left]-\infty;-\dfrac{3}{2}\right]\right)=[-4;0[$

Par suite : $h=f\circ g$ est strictement décroissante sur $\left]-\infty;-\dfrac{3}{2}\right]$

Exercice 22 : Soient U et V deux fonctions définies par :
$U(x)=x^2+2x+3$ et $V(x)=x^2-4x+2$

1) Donner le tableau de variation de U et V

2) Soit f la fonction numérique tel que : $f(x)=x^4-8x^3+22x^2-24x+11$

a) Vérifier que : $f(x)=(U\circ V)(x)\ ;\forall x\in\mathbb{R}$

b) Étudier la monotonie de f dans les intervalles suivants : $]-\infty;1]$; $[1;2]$;$[2;3]$ et $[3;+\infty[$

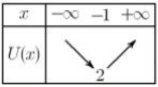
c) Déterminer les extrémums de la fonction f

Solution :1) a) $D_U=\mathbb{R}$: $U(x)=x^2+2x+3$

Le tableau de variation de U: On a :$a=1$ et $b=2$ et $c=3$ $(f(x)=ax^2+bx+c)$

$\alpha=-\frac{b}{2a}=-\frac{2}{2\times 1}=-1$ Et $\beta=U(\alpha)=U(-1)=(-1)^2+2\times(-1)+3=2$

Ainsi : dans le repère $(0;\vec{i};\vec{j})$ la courbe (C_U) c'est une parabole de sommet $W(-1;2)$ et d'axe de symétrie la droite $x=-1$

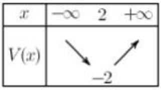


a) $V(x)=x^2-4x+2$: $D_V=\mathbb{R}$

Le tableau de variation de V : On a : $a=1$ et $b=-4$ et $c=2$ $(f(x)=ax^2+bx+c)$

$\alpha=-\frac{b}{2a}=-\frac{-4}{2\times 1}=2$ Et $\beta=V(\alpha)=V(2)=(2)^2-4\times 2+2=-2$

Ainsi : dans le repère $(0;\vec{i};\vec{j})$ la courbe (C_V) c'est une parabole de sommet $W'(2;-2)$ et d'axe de symétrie la droite $x=-1$



2) Soit f la fonction numérique tel que : $f(x)=x^4-8x^3+22x^2-24x+11$

a) Vérifions que : $f(x)=(U\circ V)(x)$; $\forall x\in\mathbb{R}$

$(U\circ V)(x)=U(V(x))=(V(x))^2+2V(x)+3=(x^2-4x+2)^2+2(x^2-4x+2)+3$

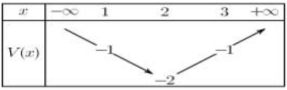
$(U\circ V)(x)=x^4-8x^3+22x^2+20x-16x+4+2x^2-8x+4+3=x^4-8x^3+22x^2-24x+11$

Donc : $f(x)=(U\circ V)(x)$; $\forall x\in\mathbb{R}$

b)→ Étudier la monotonie de f dans l'intervalle : $]-\infty;1]$

On a : $f(x)=(U\circ V)(x)$; $\forall x\in\mathbb{R}$

Puisque V est décroissante sur $]-\infty;1]$ et $V(]-\infty;1])\subset[-1;+\infty[$ et U est croissante sur $[-1;+\infty[$ alors $U\circ V$ est décroissante sur $]-\infty;1]$



→ Étudier la monotonie de f dans l'intervalle : $[1;2]$

On a : $f(x)=(U\circ V)(x)$; $\forall x\in\mathbb{R}$

Puisque V est décroissante sur $[1;2]$ et $V([1;2])=[-2;-1]$ et U est décroissante sur $[-2;-1]$ alors $U\circ V$ est croissante sur $[1;2]$

PROF: ATMANI NAJIB

→ Étudier la monotonie de f dans l'intervalle : $[2;3]$

Puisque V est croissante sur $[2;3]$ et $V([2;3])=[-2;-1]$ et U est décroissante sur $[-2;-1]$ alors $U\circ V$ est décroissante sur $[2;3]$

→ Étudier la monotonie de f dans l'intervalle : $[3;+\infty[$

Puisque V est croissante sur $[3;+\infty[$ et $V([3;+\infty[)\subset[-1;+\infty[$ et U est croissante sur $[-1;+\infty[$ alors $U\circ V$ est croissante sur $[3;+\infty[$

c) Déterminons les extrémums de la fonction f

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$V(x)$		↘	2	↗	3	↘	2	↗	

Le nombre 2 est le minimum absolu de f en 1 et 3
Le nombre 3 est u maximum relatif de f en 2

Exercice 23 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\dfrac{|x|}{x^3+x}$

1) a) Déterminer D_f b) Etudier la parité de f

2) Montrer que f est décroissante sur $]0;+\infty[$ et en déduire les variations de f dans $]-\infty;0[$

3) Montrer que : $0<f(x)<1$; $\forall x\in]0;+\infty[$

4) Soit g une fonction numérique définie sur $]0;+\infty[$ tel que : $g(x)=\dfrac{x^4+2x^2+1}{x^4+2x^2+2}$

a) Montrer que : $g(x)=(f\circ f)(x)$; $\forall x\in]0;+\infty[$

b) En déduire les variations de g dans $]0;+\infty[$

Solution :1) a) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x^3+x\neq 0\}=\{x\in\mathbb{R}/x(x^2+1)\neq 0\}=\{x\in\mathbb{R}/x\neq 0\}=\mathbb{R}^*$

b) Etudions la parité de f

- si $x\in\mathbb{R}^*$, alors $-x\in\mathbb{R}^*$
- $f(-x)=\dfrac{|-x|}{(-x)^3+(-x)}=\dfrac{|x|}{-x^3-x}=-\dfrac{|x|}{x^3+x}=-f(x)$ C'est à dire : $f(-x)=-f(x)$

Donc f est une fonction impaire,

2) Montrons que f est décroissante sur $]0;+\infty[$: $f(x)=\dfrac{|x|}{x^3+x}=\dfrac{x}{x^3+x}=\dfrac{1}{x^2+1}$; $\forall x\in]0;+\infty[$

Soient $x_1\in]0;+\infty[$ et $x_2\in]0;+\infty[$ tel que : $x_1\neq x_2$

$$f(x_1)-f(x_2)=\frac{1}{x_1^2+1}-\frac{1}{x_2^2+1}=\frac{x_2^2-x_1^2}{(x_1^2+1)(x_2^2+1)}=-\frac{(x_1-x_2)(x_1+x_2)}{(x_1^2+1)(x_2^2+1)}$$

Donc : $T(x_1;x_2)=\dfrac{-(x_1+x_2)}{(x_1^2+1)(x_2^2+1)}$

Puisque : $x_1>0$ et $x_2>0$ alors : $x_1+x_2>0$ et puisque : $(x_1^2+1)(x_2^2+1)>0$

Alors : $T(x_1;x_2)=\dfrac{-(x_1+x_2)}{(x_1^2+1)(x_2^2+1)}<0$

Par suite f est décroissante sur $]0;+\infty[$ et comme f est une fonction impaire

Alors : f est croissante sur $]-\infty;0[$

3) Montrons que : $0<f(x)<1$; $\forall x\in]0;+\infty[$

Soit : $x\in]0;+\infty[$: $f(x)=\dfrac{|x|}{x^3+x}=\dfrac{x}{x^3+x}=\dfrac{1}{x^2+1}>0$

$1-f(x)=1-\dfrac{1}{x^2+1}=\dfrac{x^2+1-1}{x^2+1}=\dfrac{x^2}{x^2+1}>0$ donc : $f(x)<1$

Par suite : $0<f(x)<1$; $\forall x\in]0;+\infty[$

4) Soit g une fonction numérique définie sur $]0;+\infty[$ tel que : $g(x)=\dfrac{x^4+2x^2+1}{x^4+2x^2+2}$

a) Montrons que : $g(x)=(f\circ f)(x)$; $\forall x\in]0;+\infty[$

Soit : $x\in]0;+\infty[$: $f(x)=\frac{1}{x^2+1}$

$$(f\circ f)(x)=f(f(x))=\frac{1}{(f(x))^2+1}=\frac{1}{\left(\frac{1}{x^2+1}\right)^2+1}=\frac{(x^2+1)^2}{(x^2+1)^2+1}=\frac{x^4+2x^2+1}{x^4+2x^2+2}$$

Alors : $g(x)=(f\circ f)(x)$; $\forall x\in]0;+\infty[$

b) Déduction des variations de g dans $]0;+\infty[$

On a : $g=f\circ f$ sur $]0;+\infty[$

Puisque f est décroissante sur $]0;+\infty[$ et $f(]0;+\infty[)=]0;+\infty[$ et f est décroissante sur $]0;+\infty[$ alors $f\circ f$ est croissante sur $]0;+\infty[$

Exercice 24 : Soit f une fonction numérique définie par : $f(x)=(x-E(x))(E(x)-x+2)$

1) Calculer : $f\left(\dfrac{2023}{2}\right)$

2) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $f(x)=x$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $f(x)\le 2x+1$

3) Montrer que 1 est une période pour la fonction f

4) Simplifier l'expression de : $f(x)$ sur l'intervalles : $I_1=[0;1[$

5)Tracer la représentation graphique de la fonction f sur $[-3;3]$ dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$

6) Résoudre dans $[-3;3]$ les équations suivantes : a) $f(x)=0$ b) $f(x)=1$ c) $2f(x)=3$

Solution : 1) $f\left(\frac{2023}{2}\right)=\left(\frac{2023}{2}-E\left(\frac{2023}{2}\right)\right)\left(E\left(\frac{2023}{2}\right)-\frac{2023}{2}+2\right)$

On a : $E\left(\frac{2023}{2}\right)=E\left(\frac{2022+1}{2}\right)=E\left(\frac{2022}{2}+\frac{1}{2}\right)=E\left(1011+\frac{1}{2}\right)=1011+E\left(\frac{1}{2}\right)=1011+0=1011$

$f\left(\frac{2023}{2}\right)=\left(\frac{2023}{2}-1011\right)\left(1011-\frac{2023}{2}+2\right)=\left(\frac{2023-2022}{2}\right)\left(\frac{2026-2023}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{3}{4}$

2) a) Résolution dans $\mathbb{R}$ de l'équation : $(E)\quad f(x)=x$

Soit : S l'ensemble des solutions de l'équation (E)

Remarque : on peut procéder par équivalence : $x\in S\Leftrightarrow x\in\{...\}$ et donc : $S=\{...\}$

Mais ici on procéder par double implication ☹ (analyse puis synthèse)

$\Rightarrow)$ Analyse :

$x\in S\Rightarrow f(x)=x\Rightarrow$ (……on va encadrer $f(x)$)

$\forall x\in\mathbb{R}$; on a : $E(x)\le x\prec E(x)+1\Leftrightarrow 0\le x-E(x)\prec 1$ ❶

$0\le x-E(x)\prec 1\Rightarrow -1\prec -x+E(x)\le 0\Rightarrow 1\prec E(x)-x+2\le 2$ ❷

❶ $\otimes$ ❷ $\Rightarrow)$ $\boxed{0\le f(x)\prec 2}$

$f(x)=x\Rightarrow 0\le x\prec 2$

Disjonction des cas :

- ✓ Si : $0\le x\prec 1$: $f(x)=x\Leftrightarrow(x-E(x))(E(x)-x+2)=x\Leftrightarrow(x-0)(0-x+2)=x$
  $\Leftrightarrow x(-x+2)=x\Leftrightarrow -x^2+2x=x\Leftrightarrow -x^2+x=0\Leftrightarrow x(-x+1)=0\Leftrightarrow x=0\ \ ou\ \ -x+1=0$
  $\Leftrightarrow x=0\ \ ou\ \ \cancel{x=1}$ car $1\notin[0;1[$

Donc : $S_1=\{0\}$

- ✓ Si : $1\le x\prec 2$: $f(x)=x\Leftrightarrow(x-E(x))(E(x)-x+2)=x\Leftrightarrow(x-1)(1-x+2)=x$
  $\Leftrightarrow(x-1)(3-x)=x\Leftrightarrow 3x-x^2-3+x=x\Leftrightarrow x^2-3x+3=0\quad \Delta=9-4\times3\prec 0$ Pas de solution

Donc : $S_2=\varnothing$

Donc : $S\subset\{0\}$(car $\Rightarrow$ seulement) fini donc : l'Analyse :

$\Leftarrow)$ Synthèse : $\{0\}?\subset ?S$

$f(0)=(0-E(0))(E(0)-0+2)=0(0+2)=0$

Donc : $f(0)=0$ par suite : $\{0\}\subset S$

Finalement : $S=\{0\}$

2) b) Résolution dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation : $(I)\ \ f(x)\le 2x+1$

Soit : S l'ensemble des solutions de l'inéquation (I)

$x\in S\Rightarrow f(x)\leq 2x+1\Rightarrow$ (......on va trouver un autre encadrement plus finn de $f(x)$)

On a : $0\leq x-E(x)\prec 1\Rightarrow$ on pose : $y=x-E(x)$ donc : $0\leq y\prec 1$

$y=x-E(x)\Rightarrow f(x)=y(-y+2)=-y^2+2y=-(y^2-2y)=-(y^2-2y+1-1)=-\left((y-1)^2-1\right)$

Donc : $f(x)=-(y-1)^2+1$

On a : $0\leq y\prec 1$ donc : $-1\leq y-1\prec 0$ donc : $0\prec (y-1)^2\leq 1$ donc : $-1\leq -(y-1)^2\prec 0$

Donc : $0\leq 1-(y-1)^2\prec 1$ par suite : $\boxed{0\leq f(x)\prec 1}$ (bon encadrement)

$x\in S\Leftrightarrow f(x)\leq 2x+1$

- ✓ Si : $1\leq 2x+1$: alors : $f(x)\prec 1\leq 2x+1$ l'inéquation : (I) $f(x)\leq 2x+1$ est toujours vérifier

$1\leq 2x+1\Leftrightarrow 0\leq 2x\Leftrightarrow 0\leq x$

Donc : $S_1=[0;+\infty[$

- ✓ Si : $2x+1\prec 0\Leftrightarrow x\prec -\frac{1}{2}$: alors : $2x+1\prec 0\leq f(x)$ c'est-à-dire : $2x+1\prec f(x)$

L'inéquation : (I) $f(x)\leq 2x+1$ n'a pas de solutions

Donc : $S_2=\varnothing$

- ✓ Si : $x\in\left[-\frac{1}{2};0\right[$: alors : $f(x)\leq 2x+1\Leftrightarrow (x-E(x))(E(x)-x+2)\leq 2x+1$

$\Leftrightarrow (x-(-1))((-1)-x+2)\leq 2x+1$ car : $x\in\left[-\frac{1}{2};0\right[\Rightarrow E(x)=-1$

$\Leftrightarrow (x+1)(-x+1)\leq 2x+1\Leftrightarrow 1-x^2\leq 2x+1\Leftrightarrow 0\leq x^2+2x$

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
x^2+2x		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S_3=\left[-\frac{1}{2};0\right[\cap\left(\left]-\infty;-2\right]\cup[0;+\infty[\right)=\varnothing$

Finalement : $S=S_1\cup S_2\cup S_3=[0;+\infty[\cup\varnothing\cup\varnothing=[0;+\infty[$

3) Montrer que 1 est une période pour la fonction f

- $\forall x\in\mathbb{R}$ on a $x+1\in\mathbb{R}$ et $x-1\in\mathbb{R}$
- $\forall x\in\mathbb{R}$ on a : $f(x+1)=(x+1-E(x+1))(E(x+1)-x-1+2)=(x+1-E(x)-1)(E(x)+1-x-1+2)$

$=(x-E(x))(E(x)-x+2)=f(x)$

L'application f est donc périodique de période 1.

4) Puisque :1 est une période pour la fonction f alors il suffit d'étudier la fonction f sur :

$D_E=D_f\cap[0;1[=\mathbb{R}\cap[0;1[=[0;1[$

Une expression simple de $f(x)$ sur l'intervalle : $I_1=[0;1[$:

$x\in[0;1[\Leftrightarrow 0\leq x\prec 1$ Donc : $E(x)=0$

PROF: ATMANI NAJIB

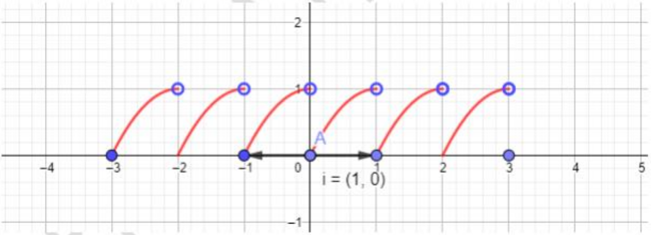
Donc : $f(x)=(x-E(x))(E(x)-x+2)=(x-0)(0-x+2)=x(2-x)$

$f(x)=-x^2+2x$ si $x\in[0;1[$

5) Traçage de la représentation graphique de la fonction f sur $[-3;3]$

Pour Tracer la représentation graphique de la fonction sur $[-3;3]$ il suffit de Tracer la représentation graphique de la fonction sur $I_1=[0;1[$ et utiliser les translation $k\vec{i}$

$f(x)=-x^2+2x \quad S\left(\frac{-b}{2a};f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right) \quad \frac{-b}{2a}=1$ et $f(1)=1 \quad S(1;1)$ le sommet du parabole



6) a) Résolution dans $[-3;3]$ de l'équation : $f(x)=0$

$f(x)=0 \Leftrightarrow (x-E(x))(E(x)-x+2)=0 \Leftrightarrow x-E(x)=0 \;ou\; E(x)-x+2=0$

Or on a : $0\leq x-E(x)\prec 1 \Rightarrow -1\prec -x+E(x)\leq 0 \Rightarrow 1\prec -x+E(x)+1\leq 2 \Rightarrow -x+E(x)+1\neq 0$

$f(x)=0 \Leftrightarrow x-E(x)=0 \quad \Leftrightarrow E(x)=x \Leftrightarrow x\in\mathbb{Z}$

D'où : $S=\mathbb{Z}\cap[-3;3]=\{-3;-2;-1;0;1;2;3\}$

b) Résolution dans $[-3;3]$ de l'équation : $f(x)=1$:

On a déjà montré que : $\boxed{0\leq f(x)\prec 1}$ donc : $f(x)=1$ na pas de solutions

D'où : $S=\varnothing$

Remarque : $f(x)=1$ na pas de solutions donc f non surjective

Et $f(0)=0=f(1)$ Donc f non injective

b) Résolution dans $[-3;3]$ de l'équation : $f(x)=1$:

On a déjà montré que : $\boxed{0\leq f(x)\prec 1}$ donc : $f(x)=1$ na pas de solutions

D'où : $S=\varnothing$

c) $2f(x)=3 \Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{3}\succ 1$ donc : $f(x)=1$ na pas de solutions car $0\leq f(x)\prec 1$

D'où : $S=\varnothing$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

PROF: ATMANI N