1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

Série N°9 : Généralités sur les fonctions

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice 1 : Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x)=\frac{x^2}{4x^2+2\left(\sqrt{2}-1\right)x-\sqrt{2}}$ 2) $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{6|x+5|+2}$ 3) $f(x)=\sqrt{\frac{-x-5}{x+2}}$

4) $f(x)=\frac{-\sqrt{x-1}+1}{|7x-10|-|6+3x|}$ 5) $f(x)=\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{4-2x}}$ 6) $f(x)=(x-2)\sqrt{x^4-7x^2+12}$

Exercice 2 : Soit f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x)=x^2-2x-5$ et $g(x)=-x-3$

Étudier les positions de (C_f) et (C_g) les courbes représentatives respectives de f et g

Exercice 3 : Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ tel que : $f(4x-1)=\begin{cases} x-1 & si \quad x\geq 1 \\ 2x-5 & si \quad x<1 \end{cases}$

1) Déterminer $f(x)$ en fonction de x

2) Calculer : $f(4)$

Exercice 4 : Etudier la parité des fonctions suivantes définie par :

1) $f(x)=\frac{x^2-1}{x}$ 2) $f(x)=\frac{|x|}{x^2-1}$ 3) $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{2}$

Exercice 5 : Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)+10g(-x)=\frac{2x^3}{x^2+1}-\sin x$: $\forall x\in\mathbb{R}$

1) Montrer que : g est une fonction impaire

2) Donner une : expression de $g(x)$: pour tout réel x

Exercice 6 : Soit f la fonction numérique tel que : $f(x)=|2x-4|$

1) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations

2)Tracer la représentation graphique de la fonction f

Exercice 7 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=5x^2+3$

Montrer que f admet un minimum absolu sur $\mathbb{R}$ que l'on déterminera

Exercice 8 : Soit g une fonction numérique tel que : $g(x)=-4x^2+1$

Montrer que g admet un maximum absolu sur $\mathbb{R}$ que l'on déterminera

Exercice 9 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=-2x^2+4x+1$

Montrer que 3 est le maximum absolu de f sur $\mathbb{R}$

Exercice 10 : 1) Donner une période des fonctions suivantes :

a) $f:x\to\sin(4x-1)$ b) $g:x\to\cos(5x)$

2) Trouver une fonction de période $T=\frac{3}{4}$

Exercice 11 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}^*$ et périodique de période $T=1$

Tel que : $f(x)=\frac{1}{x}$ si $x\in\left]0;1\right[$

1)Tracer la représentation graphique de la fonction sure : $[-3;3]\cap D_f$ dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$

2) Calculer : $f(2,5)$; $f(-12,25)$; $f(2025,01)$

3) Donner l'expression de : $f(x)$ sur les intervalles : $I_k=\left]k;k+1\right[$ $k\in\mathbb{Z}$

Exercice 12 : À partir du tableau de variation ci-dessous, recopier et compléter les égalités ou inégalités suivantes en justifiant :

1) a) $f(1,4).....f(2,3)$ b) $f(7,2).....f(7,6)$ c) $f(6,2).....f(6,7)$

2) Peut-on comparer l'image des nombres $2,3$ *et* $7,7$? Justifier.

3) Peut-on comparer l'image des nombres $1,9$ *et* $6,2$? Justifier.

x	-6	-1	1	2	3	4	6	7	8
$f(x)$	-6	0	3	0	-4	0	6	6	7

Exercice 13 : On considère une fonction f dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$	-2	3	10	16	25	$+\infty$
f		-2	-15	0	$\frac{13}{7}$	0	

1)Quel est l'ensemble de définition de la fonction f?

2)a)Quel est le maximum de la fonction f sur l'intervalle $\left]-\infty;10\right]$?

b)Quel est le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $\left]-\infty;10\right]$] ?

3)a) Quel est le maximum de la fonction f sur $\mathbb{R}$?

b) En déduire le nombre de solution de l'équation $f(x)=2$

Exercice 14 : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=5x^3+2x-4$

Déterminer, en justifiant, les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 15 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=2x^2-4x+7$

1) Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ces éléments caractéristiques et étudier les variations de f et dresser le Tableau de variations de f

2) a) En déduire que : pour tout $x\in\mathbb{R}$ On a : $f(x)>0$

b) En déduire que : pour tout $x\in\left[1;\frac{3}{2}\right]$ On a : $5\leq f(x)\leq\frac{11}{2}$

c) En déduire que : pour tout $x\in[-1;0]$ On a : $7\leq f(x)\leq 13$

3)Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes du repère

4)Tracer la courbe représentative de (C_f) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

5) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $f(x)=m$ avec : $m\in\mathbb{R}$

Exercice 16 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=4x^2-8x+6$

1)Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ces éléments caractéristiques et étudier les variations de f et dresser le Tableau de variations de f

2) Soient : (D) la droite d'équation $(D): y=x-3$ et deux points :

$A(1;-1)$ et $B(0;-2)$ et $M(x;y)\in(D)$

a) Tracer la courbe représentative de (C_f) et la droite (D) dans un même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

b) Déterminer les coordonnées de M pour que : MA^2+MB^2 soit minimale

Exercice 17 : Soit f une fonction définie par : $f(x)=\frac{x^2+2x}{(x+1)^2}$

1) Déterminer D_f

2) Déterminer les nombres réels : a et b tel que : $f(x)=a+\frac{b}{(x+1)^2}$; $\forall x\in D_f$

3) En déduire que f est minorée par 1

4) Soit : $m\in\mathbb{R}$

a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $f(x)=m$ d'inconnue x et m paramètre réel

b) En déduire : $f(\mathbb{R}-\{-1\})$

5) a) Soient : $x_1\in D_f$ et $x_2\in D_f$ deux réels tel que : $x_1\neq x_2$

Monter que : $T(x_1;x_2)=\frac{x_1+x_2+2}{(x_1+1)^2\times(x_2+1)^2}$

b) En déduire les variations de f sur D_f

6) Soit g une fonction définie par : $g(x)=f(|x|)$

a) Etudier la parité de g

b) Dresser le tableau de variations de g

Exercice 18 : Soit les fonctions f et g définies par : $g(x)=\frac{2x+1}{x-2}$ et $f(x)=\frac{1}{x}$

On pose : $h(x)=(g\circ f)(x)$

1) Déterminer D_h

2) Déterminer : $h(x)$ si $x\in D_h$

Exercice 19 : Soit les fonctions f et h définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x-1$ et $h(x)=2x^2+3x-1$

Déterminer la fonction g telle que : $h=g\circ f$

Exercice 20 : Soient f et g les deux fonctions définies par : $f(x)=\frac{5x-11}{4x-4}$ et $g(x)=x^2-2x-1$

(C_f) et (C_g) Les courbes représentatives de f et g dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1)Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ces éléments caractéristiques et étudier les variations de f et dresser le Tableau de variations de f

2)Déterminer la nature de la courbe (C_g) de g et ces éléments caractéristiques et étudier les variations de g et dresser le Tableau de variations de g

3)a) Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses

b) Trouver les points d'intersections de la courbe (C_g) avec l'axe des abscisses

4) a) Déterminer a ; b et c tel que : $x\in D_f$: $g(x)-f(x)=\frac{(x+1)(ax^2+bx+c)}{4x-4}$

b) Déterminer les points d'intersections de (C_f) et (C_g)

5)Tracer Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) dans le même repère en précisant les points d'intersections

6) Déterminons graphiquement l'image des intervalles suivants par g : $[-1,1]$; $[1;+\infty[$

7)a) Résoudre graphiquement l'inéquation : $g(x)\succ f(x)$

b) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x)\times g(x)\geq 0$

8) Soit la fonction définie par : $h(x)=|g(x)|$

Tracer La courbes représentatives (C_h) de h dans le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ (avec une autre couleur)

Exercice 21 : Soient f et g deux fonctions définies par : $f(x)=\sqrt{x+4}$ et $g(x)=\frac{2}{x+1}$

et (C_f) et (C_g) Les courbes représentatives de f et g

1) Déterminer D_f et D_g

2) Montrer que : (C_f) et (C_g) se coupent en : $A(0;2)$

3) Tracer les courbes (C_f) et (C_g) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

4) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)\geq g(x)$

5) On pose : $h(x)=\sqrt{\frac{6+4x}{x+1}}$

a) Déterminer D_h b) Étudier les variations de h dans l'intervalle : $\left]-\infty,-\frac{3}{2}\right]$

Exercice 22 : Soient U et V deux fonctions définies par :

$U(x)=x^2+2x+3$ et $V(x)=x^2-4x+2$

1) Donner le tableau de variation de U et V

2) Soit f la fonction numérique tel que : $f(x)=x^4-8x^3+22x^2-24x+11$

a) Vérifier que : $f(x)=(U\circ V)(x)$; $\forall x\in\mathbb{R}$

b) Étudier la monotonie de f dans les intervalles suivants : $\left]-\infty;1\right]$; $[1;2]$; $[2;3]$ et $[3;+\infty[$

c) Déterminer les extrémums de la fonction f

Exercice 23 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\frac{|x|}{x^3+x}$

1) a) Déterminer D_f b) Etudier la parité de f

2) Montrer que f est décroissante sur $\left]0;+\infty\right[$ et en déduire les variations de f dans $\left]-\infty;0\right[$

3) Montrer que : $0<f(x)<1$; $\forall x\in\left]0;+\infty\right[$

4) Soit g une fonction numérique définie sur $\left]0;+\infty\right[$ tel que : $g(x)=\frac{x^4+2x^2+1}{x^4+2x^2+2}$

a) Montrer que : $g(x)=(f\circ f)(x)$; $\forall x\in\left]0;+\infty\right[$

b) En déduire les variations de g dans $\left]0;+\infty\right[$

Exercice 24 : Soit f une fonction numérique définie par : $f(x)=(x-E(x))(E(x)-x+2)$

1) Calculer : $f\left(\frac{2023}{2}\right)$

2) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $f(x)=x$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $f(x)\leq 2x+1$

3) Montrer que 1 est une période pour la fonction f

4) Simplifier l'expression de : $f(x)$ sur l'intervalles : $I_1=[0;1[$

5)Tracer la représentation graphique de la fonction f sur $[-3;3]$ dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$

6) Résoudre dans $[-3;3]$ les équations suivantes : a) $f(x)=0$ b) $f(x)=1$ c) $2f(x)=3$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien